



**INSTITUTO POLITÉCNICO
DE VIANA DO CASTELO**

Vânia Filipa Pereira Esteves

RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

**Raciocínio Matemático
de alunos do 2º ano de escolaridade**

Nome do Curso de Mestrado
Mestrado em Educação Pré-escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico

Trabalho efectuado sob a orientação da
Doutora Lina Fonseca

março de 2013

AGRADECIMENTOS

A elaboração deste relatório só foi exequível devido ao contributo fundamental de diferentes pessoas a quem eu gostaria de agradecer.

À minha orientadora Doutora Lina Fonseca por toda a disponibilidade, paciência, apoio e dedicação.

A todas as crianças do jardim-de-infância e do 1º ciclo do ensino básico que me proporcionaram momentos únicos.

À Educadora e Professora Cooperante que me receberam de braços abertos e que comigo partilharam experiências e saberes.

À Mariana, pela sua amizade, dedicação e companheirismo e por todos os momentos que partilhamos ao longo da Prática de Ensino Supervisionada.

À minha mãe, pelo carinho, compreensão e por tudo o que me proporcionou ao longo deste percurso.

Aos meus avós pelo apoio em todos os momentos.

Ao meu noivo pela compreensão, dedicação e apoio incondicional.

RESUMO

O presente relatório está integrado na unidade curricular Prática de Ensino Supervisionada II (PES II) do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico.

Neste âmbito foi desenvolvido um estudo de investigação que pretendeu compreender que tipo de raciocínio os alunos utilizam, como justificam as suas opções, que dificuldades manifestam e que razões sustentam as dificuldades que manifestam em o explicar. O estudo foi orientado por três questões de investigação: (1) Como se caracteriza o raciocínio matemático de alunos do 2º ano de escolaridade quando resolvem problemas de processo?; (2) Como é que os alunos justificam os seus resultados/ as suas resoluções?; (3) Que dificuldades é que os alunos manifestam na explicitação do raciocínio?

Para a concretização do estudo optou-se por uma metodologia de investigação de natureza qualitativa, que adotou o desenho de estudo de caso. Selecionaram-se criteriosamente três alunas do 2º ano de escolaridade do contexto onde decorria a PES II. Para a recolha de dados foram utilizadas tarefas de resolução de problemas, conversas, gravações áudio-vídeo, documentos e notas de campo. A resolução das tarefas constituiu a fase fundamental da recolha e surgiu sempre integrada nas planificações desenvolvidas no contexto. Através da análise dos dados recolhidos verificou-se que as alunas recorreram a diferentes estratégias de resolução de problemas e justificaram os seus resultados de diferentes formas. Também foi possível constatar que são capazes de apresentar argumentos válidos para as suas conjecturas. Apercebendo-se da necessidade de justificar não apenas com base em alguns exemplos, característico do esquema de justificação empírico, tiveram capacidade para apresentar formas de justificação mais gerais, demonstrando assim posições do esquema de justificação analítico emergente. No entanto, algumas das dificuldades apresentadas na resolução emergiram da falta de compreensão do enunciado e da falta de organização dos dados.

Palavras-chave: 1º Ciclo do Ensino Básico, Resolução de problemas, Raciocínio matemático, Esquemas de justificação.

ABSTRACT

This report is integrated into the course Supervised Teaching Practice II (PES II) of the Master in Preschool and Primary Teacher Education.

In this context was developed a research study that sought to understand what kind of reasoning students use, how they justify their choices, which difficulties they reveal and what reasons underlie the difficulties. The study was guided by three research questions: (1) How is characterized mathematical reasoning of students in 2nd grade when they solve process problems?, (2) How do students justify their results / their resolutions? and (3) what difficulties do students reveal in explicit their reasoning?

To carry out the study was chosen a methodology of qualitative research, which adopted the design of a case study. Were criteriously selected three students in the 2nd grade context of the PES II. For data collection were used problem-solving tasks, conversations, audio-video recordings, documents and field notes. The resolution of the tasks was the key stage in data collection, and always appeared integrated into lesson plans developed in the context. Through analysis of the data collected it was found that the students resorted to different strategies to solve problems and justify their results in different ways. It also appeared that students are able to present valid arguments for their conjectures. Realizing the need to justify not only based on a few examples, characteristic of the empirical proof scheme, had the capacity to provide more general forms of justification, thus demonstrating positions of emerging analytical proof scheme. However, some of the difficulties presented in the resolution emerged from the lack of understanding of the problem, and the lack of data organization.

Keywords: Elementary school, Problem solving, Mathematical reasoning, Proof schemes.

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS.....	i
RESUMO	ii
ABSTRACT	iii
ÍNDICE.....	iv
Lista de abreviaturas	vii
Lista de Figuras	viii
Lista de tabelas.....	x
Lista de quadros	x
CAPÍTULO I - ENQUADRAMENTO DA PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA II	1
Caracterização do Meio	1
Caracterização do espaço.....	2
Caracterização do grupo	3
CAPÍTULO II - SELEÇÃO CRITERIOSA DAS PLANIFICAÇÕES DESENVOLVIDAS	8
CAPÍTULO III - TRABALHO DE INVESTIGAÇÃO	10
Orientação para o problema e questões de investigação.....	10
Revisão de literatura	13
Resolução de problemas.	13
<i>Definição e tipologias de problema.</i>	15
<i>Modelos e estratégias de resolução de problemas.</i>	18
Raciocínio Matemático.....	20
<i>Tipos e níveis de raciocínio matemático.</i>	23
<i>Esquemas de justificação.</i>	26
Metodologia	30
Opções metodológicas.	30
Participantes.....	32
Procedimentos da Intervenção didática.	34
Recolha de dados.	35
<i>Tarefas.</i>	37

<i>Tarefa 1 – Presentes de Natal</i>	38
<i>Introdução da tarefa.</i>	40
<i>Reflexão.</i>	41
<i>Tarefa 2 – Duende Pimpão</i>	41
<i>Introdução da tarefa.</i>	43
<i>Reflexão.</i>	44
<i>Tarefa 3 – Festa de Natal</i>	45
<i>Introdução da tarefa.</i>	47
<i>Reflexão.</i>	48
<i>Tarefa 4 – Os panos de cozinha da Estrela</i>	49
<i>Introdução da tarefa.</i>	51
<i>Reflexão.</i>	52
<i>Tarefa 5 – Ovos em caixas</i>	53
<i>Introdução da tarefa.</i>	56
<i>Reflexão.</i>	56
Análise de dados.	57
Calendarização	59
Apresentação e análise dos dados	60
Caso Carlota.	60
<i>Tarefa 1.</i>	60
<i>Tarefa 2.</i>	63
<i>Tarefa 3.</i>	64
<i>Tarefa 4.</i>	68
<i>Tarefa 5.</i>	71
<i>Síntese.</i>	74
Caso Luísa.	77
<i>Tarefa 1.</i>	77
<i>Tarefa 2.</i>	79
<i>Tarefa 3.</i>	80
<i>Tarefa 4.</i>	82
<i>Tarefa 5.</i>	83
<i>Síntese.</i>	86

Caso Andreia.	87
<i>Tarefa 1.</i>	89
<i>Tarefa 2.</i>	90
<i>Tarefa 3.</i>	92
<i>Tarefa 4.</i>	94
<i>Tarefa 5.</i>	96
<i>Síntese.</i>	99
Síntese comparativa dos três casos.	101
Conclusões	104
Raciocínio Matemático.....	104
Esquemas de justificação.	105
Dificuldades.....	107
Considerações finais.....	108
CAPÍTULO IV - REFLEXÃO.....	110
Referências bibliográficas	117
ANEXOS	120
Anexo A - Planificação da semana de 22 a 24 de outubro de 2012.....	121
Anexo B - Planificação da semana de 19 a 21 de novembro de 2012.....	136
Anexo C - Pedido de autorização aos Encarregados de Educação.....	154
Anexo D – Suporte digital.....	156

LISTA DE ABREVIATURAS

1º CEB – Primeiro Ciclo do Ensino Básico

DGIDC – Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular

ME – Ministério da Educação

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics

OCEPE – Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar

PES II – Prática de Ensino Supervisionada II

PMEB – Programa de Matemática para o Ensino Básico

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1 - Planta da Sala</i>	3
<i>Figura 2 - Material disponível para a realização da tarefa 1</i>	38
<i>Figura 3 - Material disponível para a realização da tarefa 2</i>	41
<i>Figura 4 - Material disponível para a realização da tarefa 5</i>	53
<i>Figura 5 - Resolução da Carlota segundo tentativas de acordo com os dados do problema</i>	60
<i>Figura 6 - Procura de uma nova solução</i>	61
<i>Figura 7 - Nova proposta de arrumação dos presentes</i>	61
<i>Figura 8 - Solução apresentada pela Carlota</i>	63
<i>Figura 9 - Descoberta do número de sacos de guloseimas que poderiam se preparados com as pastas de chocolate compradas</i>	64
<i>Figura 10 - Descoberta do número de sacos de guloseimas que poderiam ser preparados com as embalagens de Pais Natal compradas</i>	65
<i>Figura 11 - Saco de rebuçados</i>	65
<i>Figura 12 - Resposta dada pela Carlota à tarefa 3</i>	65
<i>Figura 13 - Resposta dada pela Carlota à segunda parte da tarefa 3</i>	66
<i>Figura 14 - Registo da Carlota sobre a relação entre o número de panos de cozinha e o número de molas</i>	68
<i>Figura 15 - Resposta da Carlota à tarefa 4</i>	69
<i>Figura 16 - Possíveis formas de estender os panos de cozinha</i>	69
<i>Figura 17 - Estendal colocado na sala de aula</i>	70
<i>Figura 18 - Resolução da Carlota - parte I da tarefa 5</i>	71
<i>Figura 19 - Carlota a manipular o material na procura de soluções para a colocação de 2 ovos</i>	72
<i>Figura 20 - Resolução apresentada pela Carlota - parte II tarefa 5</i>	72
<i>Figura 21 – Proposta da Carlota para a arrumação dos 3 ovos</i>	73
<i>Figura 22 - Formulação de hipóteses para a procura da solução</i>	77
<i>Figura 23 - Concretização da segunda possibilidade de arrumação dos presentes</i>	78
<i>Figura 24 - Segunda hipótese, apresentada pela Luísa, de arrumação dos presentes</i>	78
<i>Figura 25 - Solução apresentada pela Luísa na tarefa 2</i>	79
<i>Figura 26 - Resolução da Luísa na tarefa 3</i>	80
<i>Figura 27 - Resolução da Luísa, tarefa 4</i>	82
<i>Figura 28 - Resolução da Luísa, parte I tarefa 5</i>	83
<i>Figura 29 - Solução apresentada pela Luísa parte II, tarefa 5</i>	84
<i>Figura 30 - Resolução apresentada pela Luísa, parte III tarefa 5</i>	85
<i>Figura 31 - Solução apresentada pela Andreia, tarefa 1</i>	89

<i>Figura 32 - Nova proposta de arrumação dos presentes, Andreia</i>	89
<i>Figura 33 - Resolução apresentada pela Andreia, tarefa 2</i>	91
<i>Figura 34 - Descoberta do número de sacos de guloseimas que poderiam ser preparados com as pastas de chocolate disponíveis, Andreia</i>	92
<i>Figura 35 - Descoberta do número de sacos de guloseimas que poderiam ser preparados com as embalagens de Pais Natal compradas, Andreia</i>	92
<i>Figura 36 - Descoberta do número de sacos de guloseimas que poderiam ser preparados com as embalagens de rebuçados disponíveis. Andreia</i>	93
<i>Figura 37 - Resposta apresentada pela Andreia, tarefa 3</i>	93
<i>Figura 38 - Resolução apresentada pela Andreia, tarefa 4</i>	95
<i>Figura 39 - Proposta da Andreia para a colocação dos panos de cozinha</i>	96
<i>Figura 40 - Solução apresentada pela Andreia, parte I tarefa 5</i>	96
<i>Figura 41 - Resolução apresentada pela Andreia, parte II tarefa 5</i>	97
<i>Figura 42 - Resolução apresentada pela Andreia parte III tarefa 5</i>	97

LISTA DE TABELAS

<i>Tabela 1 - Caracterização social e económica da turma</i>	<i>6</i>
<i>Tabela 2 - Calendarização do estudo</i>	<i>59</i>

LISTA DE QUADROS

<i>Quadro 1 - Categorização dos dados</i>	<i>58</i>
<i>Quadro 2 - Quadro síntese caso Carlota.....</i>	<i>75</i>
<i>Quadro 3 - Quadro síntese caso Luísa</i>	<i>87</i>
<i>Quadro 4 - Quadro síntese caso Andreia.....</i>	<i>99</i>
<i>Quadro 5 - Quadro síntese comparativo dos casos.....</i>	<i>103</i>

CAPÍTULO I

ENQUADRAMENTO DA PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA II

Este relatório enquadra-se no âmbito da unidade curricular Prática de Ensino Supervisionada II (PES II) do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico.

Neste capítulo apresenta-se a caracterização do meio onde decorreu a PES II, referindo-se o espaço e o grupo.

A PES II decorreu numa turma de 2º ano de escolaridade, pertencente a um Centro Escolar do 1º ciclo do ensino básico do concelho de Viana do Castelo.

Os alunos do grupo com os quais se desenvolveu a PES II tinham idades compreendidas entre os 6 e os 7 anos de idade.

Caracterização do Meio

O Centro Escolar onde realizei a minha prática pedagógica pertence a uma freguesia situada na margem direita do rio Lima, próximo da Cidade de Viana do Castelo e confina com várias freguesias pertencentes ao concelho de Viana do Castelo.

A freguesia tem hoje mais de 3.500 habitantes. Nos setores laborais lideram a agricultura, produção de papel, espaços de pequeno comércio, oficinas de carpintaria e automóveis, padarias, oficinas de tubagem, latoaria e estores.

No que respeita às atividades económicas atualmente existentes na freguesia, para além de uma importante atividade agropecuária de valor inquestionável para a subsistência de inúmeras famílias, existe um desenvolvido setor industrial representado em pequenas mas numerosas unidades dos mais diversos setores de produção. Apesar disso, são ainda muitas as famílias que vivem da agricultura e cerca de 30% dos ativos residentes ainda trabalham na terra.

O Centro Escolar funciona de segunda a sexta-feira das 9:00h às 17:30h. A nível de recursos humanos o centro escolar possui um corpo docente constituído por: quatro professoras titulares (uma para cada ano de escolaridade); quatro professores das AEC'S (expressão musical, TIC, inglês e apoio ao estudo); uma responsável de secretariado, duas auxiliares de ação educativa e três cozinheiras.

O edifício é de recente construção e encontra-se dividido em dois pisos: rés-do-chão e um piso inferior (-1). O acesso ao edifício está protegido por um portão exterior automático.

Todos os espaços do edifício são amplos e estão preparados para crianças com dificuldades motoras.

No espaço exterior do centro escolar podemos encontrar um campo de futebol e basquetebol para as crianças poderem ocupar os tempos livres, bem como uma ampla extensão de espaços verdes.

O piso inferior encontra-se dividido em nove espaços, sendo eles: a sala de aula do 1º ano de escolaridade; a sala de aula do 4º ano de escolaridade; mais duas salas de aula; arrecadação de materiais; instalações sanitárias para os alunos, professores e pessoas com dificuldades motoras; polivalente; balneários e acesso ao exterior.

O acesso do piso inferior para o rés-do-chão é efetuado através de escadas, as quais estão equipadas com plataforma para transportar cadeira de rodas. No rés-do-chão podemos encontrar: o hall de entrada (receção); a sala do 2º ano de escolaridade; a sala do 3º ano de escolaridade; a biblioteca; a secretaria e a sala dos professores; instalações sanitárias para os alunos, professores e pessoas com dificuldades motoras; gabinete de primeiros socorros; cantina com acesso ao exterior e armários nos corredores com materiais manipuláveis.

Caracterização do espaço

A sala onde decorreu a Prática de Ensino Supervisionada II (2º ano de escolaridade) é um espaço agradável para que os alunos tenham uma aprendizagem ativa e significativa. As mesas dos alunos encontram-se dispostas em forma de U, sendo que existem três mesas no centro da sala. A secretária da professora titular de turma encontra-se junto ao quadro branco e, junto deste, estão colocados cartazes alusivos aos casos de leitura a trabalhar durante o presente ano letivo.

A sala encontra-se equipada com armários, que se encontram divididos em cacifos, e permitem aos alunos ter todo o seu material na sala de aula. As mesas da sala possuem uma prateleira suporte, que permite aos alunos colocar os livros que não estão a utilizar no momento, de modo a obterem mais espaço livre.

Além dos armários, existem também placas de corticite, que ocupam, a parede onde se encontra o quadro. Na parede ao fundo da sala, são afixados os trabalhos realizados pela turma e recentemente foi construído um friso cronológico dos aniversários dos alunos, com ajuda das professoras estagiárias, bem como cartazes alusivos às temáticas trabalhadas. Nesta sala existe apenas uma janela que ocupa todo o comprimento da sala e, devido à sua extensão, permite a entrada direta de luz solar.

Os dossiês dos alunos estão num armário, também colocado ao fundo da sala.

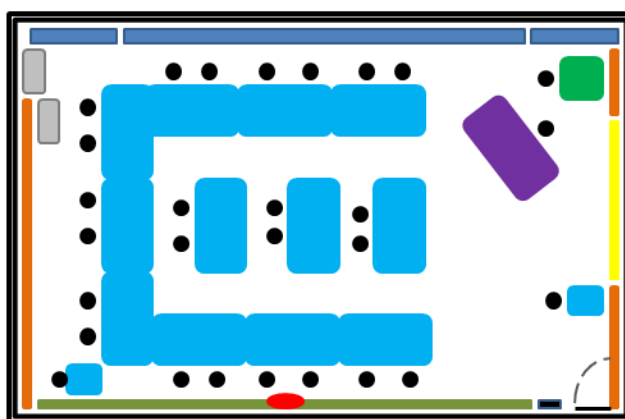


Figura 1. Planta da Sala

Legenda:

	Janelas		secretária do professor
	Mesas		corticite
	mesa do computador		quadro branco
	Cadeiras		armários dos alunos
	Armários (dossiês e material)		caixote do lixo
	Lavatório		porta de entrada

Caracterização do grupo

A turma, do 2º ano de escolaridade, é constituída por vinte e quatro alunos, sendo catorze do sexo feminino e dez do sexo masculino, com idades compreendidas entre os 6 e os 7 anos. O grupo de crianças é muito vivo, comunicativo, interventivo, alegre, mas ao mesmo tempo um pouco agitadas no desenrolar das atividades letivas. São normalmente, crianças recetivas perante as propostas educativas apresentadas.

De acordo com as informações cedidas pela Professora titular de turma, pode dizer-se que em Língua Portuguesa todos os alunos têm acompanhado a programação curricular, embora a ritmos muito diferentes, sendo que cinco alunos sentem bastantes dificuldades na expressão escrita, sobretudo no domínio da ortografia e na construção frásica mais elaborada. Estes alunos demonstram ainda, um reduzido vocabulário (no que respeita à repetição de vocábulos) e pouca criatividade em tarefas, como por exemplo, a construção de textos quer individualmente ou coletivos. É de salientar que uma aluna evidencia uma lentidão excessiva na realização de tarefas escritas e, raramente conclui tarefas como escrever um texto, construir frases, fazer uma cópia.

Existem dois alunos que, por evidenciarem dificuldades na interpretação das mensagens, escritas e orais, e um ritmo de trabalho mais lento que o do restante grupo, demonstram dificuldades na permanência e conclusão atempada das tarefas propostas.

Na área da Matemática, as maiores dificuldades deste grupo de alunos centram-se na resolução de problemas, sobretudo na justificação da estratégia adotada e do raciocínio seguido para a obtenção da resposta ao problema. A par destas dificuldades, verifica-se, ainda, por parte de quatro alunos, uma capacidade de raciocínio e de cálculo pouco desenvolvidas. No domínio do Estudo do Meio todos os alunos demonstraram conhecimentos que lhes permitiram obter um razoável desempenho.

Em termos de atitudes e valores os alunos desta turma realizam as tarefas já com uma certa autonomia e cooperam uns com os outros. Porém, ao nível da atenção/concentração e empenho verifica-se que um número razoável de alunos distrai-se com enorme facilidade.

Destaca-se o caso de um aluno transferido de outra escola, que ingressou na turma no início de novembro de 2012. Visto e revisto o seu processo e feita a sua avaliação, praticamente ao longo de um mês, concluiu-se que é um aluno com muitas dificuldades, sobretudo ao nível da Língua Portuguesa. Faz o relato de acontecimentos e recontos com pouca clareza. Lê silabicamente e daí a pouca compreensão evidenciada. Escreve frases e pequenos textos com enorme dificuldade e as incorreções ortográficas são demasiadas. A falta de assimilação da maioria dos casos de leitura explica, também, as suas limitações na escrita de palavras. Acrescento ainda que o aluno apresenta um

ritmo de trabalho muito lento, distraíndo-se com muita facilidade. Sem apoio individual constante, raramente corresponde ao que lhe é exigido.

É de salientar o caso de um aluno que tem vindo a melhorar ao nível da comunicação oral, mais propriamente na articulação das palavras, fruto sobretudo das sessões de terapia que frequenta e do convívio permanente com crianças e adultos.

Em resumo, os problemas atuais mais relevantes desta turma consistem em: ritmos de trabalho e aprendizagem bastante diferenciados; dificuldades de atenção/concentração; repetição de vocábulos na produção de texto escrito; falta de correção ortográfica e dificuldade na resolução de problemas, na explicitação do raciocínio e na comunicação.

A tabela 1 apresenta a caracterização social e económica da turma. Estas informações foram recolhidas pelas professoras estagiárias junto dos pais e professora cooperante para complementar as informações contidas no projeto pedagógico de turma. As mesmas permitem conhecer, respetivamente, com maior detalhe o agregado familiar de cada aluno e dados característicos dos próprios alunos.

Da análise da tabela de caracterização social e económica da turma é possível destacar que a maioria dos pais (pai e mãe) têm idades compreendidas entre os 30 e os 45, contudo, existem sete casais em que pelo menos um ou ambos possuem menos de 30 anos de idade e também existem três casais em que pelo menos um ou ambos possuem mais de 45 anos de idade.

Relativamente às habilitações literárias, destaco que trinta dos progenitores (pai e mãe) têm entre o 6º e o 12º anos de escolaridade. Há quatro alunos em que um dos progenitores possui licenciatura ou bacharelato e outros quatro alunos em que ambos os progenitores possuem licenciatura.

Quanto ao número de irmãos destaco que dezassete alunos têm apenas um irmão, um aluno tem dois irmãos e seis alunos não têm nenhum irmão.

Tabela 1 Caracterização social e económica da turma

Nome	Idade	Nº irmãos	Agregado familiar	PAI			MÃE		
				Idade	Habilitações	Profissão	Idade	Habilitações	Profissão
AC	7	1	Pais e irmão/ ã	41	6º ano	Pedreiro	40	6º ano	Ajudante de cozinha
B	7	1	Pais, avó e irmão/ã	35	Licenciatura	Engenheiro agrónomo	33	12º ano	Administrativa
BA	7	1	Pais, avós, padrinhos e irmão/ã	39	6º ano	Montador de estores	42	9º ano	Empregada de balcão
CJ	7	0	Mãe, avós	32	Licenciatura	Empresário	28	Licenciatura	Administrativa
CG	7	0	Mãe, avós	29	6º ano	Polidor de Móveis	28	6º ano	Empregada de balcão
D	7	1	Mãe, companheiro e irmã		6º ano	Op. Construção civil	27	12º ano	
DR	7	0	Pais e avós	47	12º ano	Técnico de Seg. no trabalho	42	Licenciatura	Professora
DS	8	1	Pais, avós e irmão/ã	41	9º ano	Eletrecista	39	9º ano	Auxiliar de ação educativa
DGR	7	1	Pais e irmão/ã	36	9º ano	Pintor	33	12º ano	
G	7	0	Mãe, avó, tia e primo	31	4º ano	Serralheiro	27	12º ano	Rececionista
J	7	1	Pais e irmão/ ã	35	6º ano	Talhante	31	6º ano	Empregada de balcão
JM	7	1			6º ano	Desempregado		12º ano	Empregada têxtil
LP	7	1	Pais e irmão/ ã	39	9º ano	Técnico de telecomunicações	36	Licenciatura	Professora
L	7	0	Pais	30	9º ano	Carpinteiro	27	9º ano	Cozinheira
LG	7	1	Pais e irmão/ ã	37	Licenciatura	Vendedor	39	Licenciatura	Professora
MR	7	2	Pais e irmãos/ ãs	40	Licenciatura	Administrativo	37	Licenciatura	Professora

MP	7	1	Pais e irmão/ ã	39	6º ano	Eletrecista	36	6º ano	Costureira
R	7	1	Pais e irmão/ ã	49	6º ano	Supervisor de produção	47	9º ano	
RB	7	1	Pais, avós e irmão/ã	30	9º ano	Canalizador	28	9º ano	Técnica de indústria transformadora
S	7	1	Pais e irmão/ ã	40	9º ano	Mecânico	38	Bacharelato	Contabilista
SR	6	1	Pais e irmão/ ã	41	9º ano	Mecânico	39	9º ano	Auxiliar Serviços saúde
TS	7	0	Mãe, avós e tios				28	4º ano	Empregada de limpeza
TE	7	1	Pais e irmão/ ã	33	Licenciatura	Contabilista	34	Licenciatura	Professora
T	7	1	Pais, avô e irmão/ ã	46	6º ano	Sócio gerente	39	9º ano	Ajudante de cozinha

CAPÍTULO II

SELEÇÃO CRITERIOSA DAS PLANIFICAÇÕES DESENVOLVIDAS

Neste capítulo apresentam-se duas das planificações desenvolvidas antes da recolha de dados, bem como as razões que sustentam a sua seleção.

No decorrer das observações apercebi-me que a professora cooperante utilizava a resolução de problemas como uma rotina semanal. Como é referido no Programa de Matemática para o Ensino Básico (ME, 2007), “ao resolverem problemas com regularidade (...) os alunos vão adquirindo experiência e confiança no modo de procurar os dados necessários, de os interpretar de acordo com as condições dadas e de os relacionar entre si e com o que é pedido.” (p. 29).

Assim, ao longo das intervenções educativas, em conjunto com o meu par de estágio, decidimos inserir esta rotina de resolução de problemas nas nossas planificações, pois como referem as Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (ME, 1997), a observação constitui a base do planeamento e da avaliação.

De acordo com o PMEB (ME, 2007) a resolução de problemas está intimamente relacionada com o raciocínio matemático, uma vez que ao resolverem problemas de diversos tipos os alunos “concebem, aplicam e analisam diferentes estratégias” (p.29) , e o desenvolvimento do raciocínio é promovido através da “explicação de ideias e processos e justificação de resultados” (p.29). Assim, através da resolução de problemas os alunos são estimulados a desenvolver as suas ideias e a clarificar e organizar os seus raciocínios.

Com esta medida pretendia fomentar o gosto pela Matemática; avaliar como os alunos justificavam os seus resultados e quais as estratégias mais utilizadas e verificar a viabilidade do estudo em questão.

Das planificações desenvolvidas selecionei a que decorreu de 22 a 24 de outubro de 2012 e a que decorreu de 19 a 21 de novembro de 2012, sendo que ambas integram problemas de processo e este tipo de problemas vão ser utilizados no estudo em questão. A seleção destas planificações deve-se ao facto das mesmas terem sido implementadas antes da recolha de dados e também porque as estratégias de resolução dos problemas

adotadas pelos alunos, aquando da resolução das tarefas propostas, poderiam ser diferentes umas das outras.

A planificação de 22 a 24 de outubro de 2012 (anexo A) integra o problema “*Os animais da quinta da avó da Inês*”. Este problema surge na sequência da introdução de estratégias de cálculo relativamente à adição com duas ou mais parcelas. Para a resolução do mesmo os alunos deveriam indicar o número total de pintainhos existentes na quinta, registando todos os cálculos necessários.

A planificação de 19 a 21 de novembro de 2012 (anexo B) integra o problema “*Elmer o elefante às cores*”. Este problema surge na sequência de revisão de conteúdos, neste caso da multiplicação (introduzida na semana anterior). Para a resolução deste problema os alunos tinham de transformar operações de adição em operações de multiplicação, justificando os raciocínios que elaboram baseando-se nos conhecimentos da tabuada do 2 que demonstraram possuir. Além disso, também era necessária a utilização do cálculo mental, que também foi sendo trabalhado e praticado, implicitamente, através das tarefas propostas ao longo da semana, por exemplo, “sabendo que numa janela estão colados 6 elefantes, quantos elefantes estarão colados em 6 janelas?” ao que uma aluna respondeu: 6×6 , porque são seis elefantes em cada janela e como são seis janelas obtemos a resposta fazendo seis janelas vezes seis elefantes em cada janela. E tal como é referido no Programa de Matemática para o Ensino Básico (ME, 2007) “Os alunos devem ser capazes de, oralmente e por escrito, descrever a sua compreensão matemática e os procedimentos matemáticos que utilizam. Devem, igualmente, explicar o seu raciocínio, bem como interpretar e analisar a informação que lhes é transmitida por diversos meios” (p.5). Assim, e como referem Pimentel, Vale, Freire, Alvarenga e Fão (2010) “ O cálculo mental deve ser o ponto de partida para a exploração de situações numéricas. Se esta aptidão for trabalhada desde muito cedo, os alunos serão capazes de olhar para os números e usar a sua própria estratégia para calcular mentalmente. ” (p.8)

CAPÍTULO III

TRABALHO DE INVESTIGAÇÃO

Neste capítulo apresenta-se o trabalho de investigação realizado no âmbito de PES II. O trabalho está dividido em cinco secções: orientação para o problema e questões de investigação; revisão de literatura; metodologia; apresentação e análise dos dados e conclusões.

Orientação para o problema e questões de investigação

O raciocínio matemático é uma capacidade que todos os alunos devem ter oportunidade de desenvolver. Segundo o Programa de Matemática para o Ensino Básico (PMEB) (ME, 2007) esta capacidade, aliada à resolução de problemas e à comunicação matemática, deve ser desenvolvida nos alunos desde a sua entrada no primeiro ano do ensino básico. A capacidade de raciocinar matematicamente é apontada como um objetivo central do ensino e aprendizagem da matemática desde há muito tempo. Sternberg (1999) salienta que o raciocínio matemático requer pensamento analítico, criativo e prático.

Baseado no conhecimento que possui sobre a investigação em matemática, Steen (1999) aponta a importância do envolvimento dos alunos em discussões, nas quais defendam e justifiquem as suas ideias matemáticas, e também analisem as justificações dadas pelos colegas e pelo próprio professor. Este envolvimento cria condições favoráveis à emergência do raciocínio matemático, ao contrário da realização de exercícios e problemas rotineiros/padronizados e de simples memorização, sem compreensão, que acabam por inibi-lo.

Em Portugal, documentos curriculares apontam como objetivo central do ensino da matemática o desenvolvimento da capacidade de raciocínio matemático nos alunos (ME, 2007). Desde a idade pré-escolar, e de acordo com as OCEPE (ME, 1997), a resolução de problemas tem como objetivo fomentar na criança o desenvolvimento do espírito crítico e do raciocínio através da procura de razões que apoiem a solução que consideram correta. Para além disso, o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) (2007)

defende que ser capaz de raciocinar é uma capacidade fundamental para a compreensão da matemática pois envolve o raciocínio matemático, a explicação e a justificação de ideias. Também refere que o papel do professor é fundamental para o desenvolvimento desta capacidade, uma vez que deve dar atenção ao raciocínio dos alunos, procurando sempre que eles os explicitem de uma forma clara, pois é através do raciocínio que conseguimos compreender as situações matemáticas, os conteúdos e as relações nelas envolvidas.

O ensino da matemática para estimular o raciocínio matemático deve incluir processos cognitivos como identificar a natureza de um problema; formular uma estratégia para o resolver; representá-lo; usar recursos adequados na sua resolução e avaliar a solução encontrada (Sternberg, 1999).

Como é destacado no Relatório do Gave (Teste Intermédio 2º ano, 2011)

A resolução sistemática de problemas que impliquem a utilização de contextos e estratégias diversificadas e a discussão (...) das estratégias utilizadas (...) podem contribuir para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas. Os alunos deverão (...) ser incentivados a apresentar a explicação dos seus raciocínios matemáticos (p.18).

Neste sentido, depois da exploração e resolução de uma tarefa matemática, todos os alunos podem beneficiar com as discussões em grande grupo para explicitação do seu raciocínio. Quando o professor pede aos alunos para explicarem e justificarem o seu pensamento, os alunos desenvolvem a capacidade de comunicar, pois têm necessidade de construir narrativas, mais ou menos organizadas, mais ou menos pormenorizadas, para partilhar o seu raciocínio com os colegas. Pretende-se que desenvolvam também a sua capacidade de ouvir, visto que para participarem na discussão têm necessidade de praticar a escuta ativa (Fonseca, 2004). Têm a oportunidade de refletir sobre as suas ideias matemáticas e as dos seus colegas e, à medida que explicam o seu raciocínio, podem encontrar uma argumentação mais forte, podem deparar-se com fragilidades no seu raciocínio ou, podem simplesmente encontrar uma nova forma de olhar para o problema. Assim, não só desenvolvem uma compreensão mais aprofundada como também podem construir nova compreensão.

De acordo com House (1999) os professores que tentam impor a sua forma de raciocínio em vez de perceberem e aceitarem os modelos que provêm dos alunos perdem

uma boa oportunidade de favorecer o ensino da Matemática uma vez que é extremamente importante perceber o que os alunos veem e ouvi-los a descrever as suas linhas de raciocínio. Por vezes, os alunos, não sabem que palavras usar para explicitar o seu raciocínio, especialmente quando as suas ideias não estão completamente definidas, mas ao permitir que os alunos expliquem e justifiquem as suas ideias os professores estão a ajudar a desenvolver a sua predisposição para a matemática.

Torna-se por isso necessário realizar estudos focados no modo de apresentação do raciocínio matemático, mais concretamente no modo como os alunos justificam as suas ideias e/ou resultados. Com este estudo pretende-se compreender que tipo de raciocínio os alunos utilizam, como justificam as suas opções, que dificuldades manifestam e que razões sustentam as dificuldades que manifestam em o explicar. Para orientar o estudo, formularam-se as seguintes questões:

1. Como se caracteriza o raciocínio matemático de alunos do 2º ano de escolaridade quando resolvem problemas de processo?
2. Como é que os alunos justificam os seus resultados/as suas resoluções?
3. Que dificuldades é que os alunos manifestam na explicitação do raciocínio?

Revisão de literatura

Nesta secção reviu-se literatura relativa ao tema Resolução de Problemas e Raciocínio Matemático.

Resolução de problemas.

A resolução de problemas tem vindo a ser reconhecida como uma parte essencial do currículo da Matemática escolar e os próprios documentos curriculares nacionais e internacionais apontam nesse sentido (ME, 1997; ME, 2007; NCTM, 2007). Desde a idade pré-escolar, e de acordo com as Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (ME,1997), a resolução de problemas tem como objetivo fomentar na criança o desenvolvimento do espírito crítico e do raciocínio através da procura de razões que apoiem a solução que considera correta. Para além disso, o Programa de Matemática para o Ensino Básico (ME, 2007) refere que os alunos adquirem experiência e confiança ao resolverem problemas com regularidade. Segundo o NCTM (2007), a resolução de problemas “constitui uma parte integrante de toda a aprendizagem matemática” (p.57), devendo os problemas ser de diversos tipos e envolver contextos variados (ME, 2007).

À medida que os alunos se deparam com uma variedade crescente de problemas [...] deverão tomar consciência dessas estratégias, à medida que vai surgindo a necessidade de as utilizar (NCTM, 2007, p.59).

Daí a necessidade de alteração do Programa de Matemática para o primeiro ciclo (4ª edição relativa a 2004) para o Programa de Matemática para o Ensino Básico (PMEB) (ME, 2007), o qual inclui as capacidades transversais, sendo elas: a resolução de problemas, a comunicação e o raciocínio matemáticos, que passam a ser conteúdos de ensino a desenvolver simultaneamente com o tratamento dos grandes temas da Matemática: Números e Operações, Álgebra, Geometria e Organização e tratamento de dados.

A resolução de problemas é um “processo matemático crucial para a aprendizagem da matemática” (Boavida, Paiva, Cebola, Vale, Pimentel, 2008, p.13).

De acordo com Vale e Pimentel (2004) “a resolução de problemas é um meio para aprender novas ideias e capacidades matemáticas.” (p.7). Estas autoras referem ainda que a resolução de problemas

é um processo onde se combinam vários elementos, tais como: a organização da informação, o conhecimento de estratégias, as diferentes formas de representação, a tradução de linguagens, a aplicação de vários conhecimentos, a tomada de decisões, a interpretação da solução, etc., e uma gestão e controlo de todos estes elementos. (p.11).

De acordo com Moreira (2008)

Na resolução de situações problemáticas, coexistem dois processos: a representação mental da situação e a resolução propriamente dita. [...] O processo de resolução de um problema é como uma espiral em que cada volta representa uma representação mais rica, mais elaborada do que a anterior; cada volta corresponde a um passo em frente na compreensão da situação. (p.12).

O processo de resolução de problemas:

proporciona o recurso a diferentes representações e incentiva a comunicação; fomenta o raciocínio e a justificação; permite estabelecer conexões entre vários temas matemáticos e entre a Matemática e outras áreas curriculares; apresenta a Matemática como uma disciplina útil na vida quotidiana. (Boavida, Paiva, Cebola, Vale, Pimentel, 2008, p.14)

Alguns autores referem que a resolução de problemas é o processo de aplicação de conhecimentos prévios a situações novas. De facto existem várias definições sobre a resolução de problemas, mas como referem Vale e Pimentel (2004) todas são convergentes num ponto: “envolve o recurso a procedimentos que, apesar do indivíduo os possuir, terá de escolher os que mais se adaptam à situação em causa.” (p. 12).

Para Pólya (1980) “resolver um problema é encontrar uma saída da dificuldade, é encontrar um caminho à volta de um obstáculo, para pôr um fim desejável, que não está disponível de imediato através de meios apropriados.” (p. 1).

Fonseca (1997) cita Lester para enumerar os fatores que devemos ter em causa no processo de resolução de problemas, sendo eles: 1) *a natureza do problema*, que envolve o tipo de problema, o conteúdo matemático, o formato e estrutura; 2) *as características individuais dos resolvidores*, que incluem a formação base de Matemática do indivíduo e a sua reação em situações de stress; 3) *o comportamento do resolvidor durante a*

resolução do problema, que engloba o modo como organiza e processa a informação, como também as estratégias a que recorre para chegar à solução; e, por fim, 4) *os aspetos de contexto*, que incluem situações alheias ao problema como o ensino, por exemplo.

De acordo com as Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (ME, 1997), o educador deve propor às crianças situações problemáticas permitindo que elas encontrem as suas próprias soluções para que, mais tarde, possam apresentá-las e debatê-las com o restante grupo. A utilização de diferentes materiais permite à criança reconhecer as suas propriedades, pela manipulação e experimentação, tornando-se assim num estímulo para a aprendizagem, uma vez que facilitam a criação de “oportunidades para resolver problemas lógicos, quantitativos e espaciais” (p. 75). O PMEB (ME, 2007) refere que os alunos ao resolverem problemas, “incluindo problemas com mais de uma solução” (p.29) adquirem experiência e confiança no modo como olham para o problema e interpretam os dados entre si, tendo em conta o que é pedido. Pretende-se, assim, que evoluam na utilização de processos de resolução informais para processos de resolução/estratégias formais. A apresentação dos diferentes modos de resolução de um problema e a sua valorização pode estimular os alunos a “melhorar a sua compreensão e o processo de resolução” (p.29). Defende que “os materiais manipuláveis (estruturados e não estruturados) devem ser utilizados nas situações de aprendizagem em que o seu uso seja facilitador da compreensão dos conceitos e das ideias matemáticas.” (p. 14).

De acordo com Damas, Oliveira, Nunes e Silva (2010) o uso de materiais manipuláveis favorece a criança e permite o estímulo do gosto de “saber matemática” (p.6). A forma como os alunos “manuseiam o material, as questões que colocam e as conclusões que apresentam, refletem o seu grau de desenvolvimento e oferecem pistas ao professor para intervir, no momento oportuno.” (p. 8).

Definição e tipologias de problema.

De acordo com Pólya (1980) “ter um problema significa procurar conscienciosamente alguma acção apropriada para atingir um objetivo claramente definido, mas não imediatamente atingível.” (p. 1).

Documentos curriculares oficiais como as OCEPE (ME, 1997) e o PMEB (ME, 2007) referem que a resolução de problemas é transversal a todas as áreas e domínios e, como tal, deve ser encarada como uma situação de aprendizagem que promova a reflexão dos alunos em questões do tipo “como” e “porquê”. De modo a promover a sua reflexão, os problemas a resolver devem ser de contextos e tipos diversificados.

As tarefas que o professor apresenta na sala de aula tornam-se assim importantes, pois é através delas que o aluno é confrontado com situações mais ou menos desafiadoras, que o podem ajudar a desenvolver o raciocínio e a compreensão da Matemática. Ponte (2005) afirma que as tarefas podem ser analisadas de acordo com duas dimensões: o nível de estruturação e o desafio matemático que implicam. O nível de estruturação diz respeito ao grau de explicitação das questões que são colocadas, daí existirem dois tipos de tarefa quanto ao grau de explicitação: *tarefa aberta e tarefa fechada*. O desafio matemático que a tarefa implica diz respeito ao grau de dificuldade da tarefa, podendo este variar entre *reduzido e elevado*. Cruzando estas duas dimensões Ponte propõe quatro tipos de tarefas: exercícios, problemas, explorações e investigações. O problema caracteriza-se por ser uma tarefa fechada de grau de dificuldade elevado.

Boavida, Paiva, Cebola, Vale e Pimentel (2008) referem que “tem-se um problema quando se está perante uma situação que não pode resolver-se utilizando processos conhecidos e standardizados.”. (p.15). Estas autoras referem ainda algumas características que os problemas devem possuir:

- a) sejam, realmente, compreensíveis pelo aluno apesar de a solução não ser imediatamente atingível; b) sejam intrinsecamente motivantes e intelectualmente estimulantes; c) possam ter mais do que um processo de resolução; d) possam integrar vários temas. (p.16).

De acordo com Mayer (1985), referido por Fonseca (1997), ocorre um problema quando se é confrontado com uma situação inicial e se pretende chegar a uma situação final sem que seja do conhecimento do indivíduo o caminho para a atingir.

No âmbito da resolução de problemas, o professor pode selecionar diferentes tipos de problemas para explorar com os seus alunos, tendo em conta os seus objetivos.

Charles e Lester (1986), referidos por Fonseca (1995), propuseram uma tipologia de problemas, que apresenta cinco categorias de problemas, sendo eles: problemas de

um passo, problemas de dois ou mais passos, problemas de processo, problemas de aplicação e problemas tipo puzzle. *Problemas de um passo*, que se resolvem através da aplicação direta de uma das quatro operações básicas; *problemas de dois ou mais passos*, que se resolvem através da aplicação direta de duas ou mais operações básicas; *problemas de processo*, que se resolvem através da aplicação de uma ou mais estratégias de resolução; *problemas de aplicação*, que requerem a recolha de dados acerca da vida real e a utilização de estratégias; e, por fim, *problemas tipo puzzle*, que implicam que o aluno possua uma visão ampla *para* chegar à solução. Problemas das duas primeiras categorias são muito comuns nos manuais e nas práticas do 1º CEB.

Outra tipologia de problemas pode encontrar-se em Fernandes, Vale, Silva, Fonseca e Pimentel (1998), e inclui quatro tipos de problemas: *problemas de processo*, *problemas de conteúdo*, *problemas de aplicação* e *problemas de aparato experimental*. Os *problemas de processo* dificilmente se resolvem sem recurso às estratégias de resolução de problemas. Este tipo de problemas pode não estar relacionado com os conteúdos programáticos, ou seja, a sua resolução não depende apenas de conhecimentos de conteúdos específicos. Os *problemas de conteúdo* resolvem-se através da utilização de conteúdos programáticos, conceitos, definições e técnicas matemáticas. A resolução dos *problemas de aplicação* passa pela utilização de uma ou mais estratégias de resolução de problemas, de conhecimentos matemáticos, podem admitir mais do que uma solução e implica a recolha de dados da vida real. Os *problemas de aparato experimental* resolvem-se com a utilização de um aparato experimental, sobre o qual o resolvidor deve exercer as suas ações, implicando para tal a utilização de métodos de investigação próprios das ciências experimentais.

Para este estudo foram utilizados problemas de processo pois como referem Boavida, Paiva, Cebola, Vale e Pimentel (2008) os problemas são situações não rotineiras que constituem tarefas desafiantes para os alunos, para a resolução das quais podem ser utilizadas diferentes estratégias de resolução. Assim, este tipo de tarefa não rotineira desafia os alunos, para lá da mera manipulação mecânica dos símbolos, a pensar, as suas soluções não são encontradas através da aplicação direta de procedimentos já

conhecidos e como referido, que podem ser resolvidas recorrendo a diferentes estratégias de resolução de problemas, se aplicadas adequadamente.

Modelos e estratégias de resolução de problemas.

Pólya (1973) observou que bons resolvedores de problemas passavam por várias etapas durante a resolução. Assim, descreve um plano de quatro fases que pode ajudar na resolução de um problema: *ler e compreender o problema, delinear um plano, executar/desenvolver esse plano e verificar os resultados*. Na primeira fase – ler e compreender o problema - indica que se deve ler o problema, ler tantas vezes quantas as necessárias para se identificar o que é conhecido (dados); o que é desconhecido (objetivo) e que condições são apresentadas. Na segunda fase – delinear um plano - deve pensar-se se já se resolveu algum problema semelhante, se é possível aplicar o mesmo modo de resolução, caso contrário são procuradas formas/estratégias para a resolução do problema, ou seja, seleciona-se qual a estratégia a utilizar. Na fase seguinte – executar/ desenvolver esse plano - aplica-se a estratégia delineada para solucionar o problema. Por fim – verificar os resultados - verifica-se se a solução obtida está de acordo com os dados e as condições descritas no problema. Durante a resolução de um problema a passagem pelas etapas não é necessariamente sequencial, porque pode haver necessidade de, durante alguma das etapas, voltar atrás sem concluir o ciclo, no sentido de, por exemplo, tornar a ler o problema para continuar a resolução.

Como nem sempre é fácil distinguir a segunda fase do Modelo de Pólya da terceira, uma vez que à medida que se estabelece o plano este começa a ser desenvolvido, alguns autores como Fernandes, Vale, Silva, Fonseca e Pimentel (1998) desenvolveram um outro modelo de resolução de problemas. Este é constituído por três fases, sendo elas: *ler e compreender o problema, fazer e executar um plano e verificar a resposta*. Inicialmente, deve ser lida toda a informação para a compreensão daquilo que é pretendido, devendo também ser identificados dados e condições da situação apresentada. De seguida, devem ser escolhidas as estratégias para auxiliar na resolução do problema, para isso o resolvidor pode optar por recorrer a um problema semelhante ou organizar a informação de forma a identificar uma estratégia de resolução e implementá-la. Por fim, deve verificar-se se a solução encontrada está de acordo com as

condições descritas no problema. Caso não esteja torna-se necessário avaliar o que originou a diferença e procurar resoluções alternativas.

De acordo com Boavida, Paiva, Cebola, Vale e Pimentel (2008) as estratégias de resolução de problemas ajudam os alunos a procurar a solução para o problema e, simultaneamente, levam-nos a adquirir “destrezas úteis na resolução de outros problemas” (p. 22).

Entende-se por estratégias de resolução de problemas um conjunto de técnicas a serem dominadas pelo solucionador e que o ajudam a “atacar” o problema ou a progredir no sentido de obter a sua solução. (Vale & Pimentel, 2004, p. 24)

As estratégias de resolução de problemas, segundo o NCTM (1991), fazem parte de um “repertório crescente” (p.91) que os alunos possuem e que os pode ajudar a “desenvolver a sua capacidade de compreensão” (p. 91) na exploração de um problema. Assim, destaco algumas estratégias de resolução de problemas referidas por Pólya (1973): 1) *descobrir um padrão/descobrir uma regra ou lei de formação*, centrando-se na generalização de situações específicas; 2) *fazer tentativas/fazer conjeturas*, em que tem de se “adivinhar” a solução segundo os dados do problema e confirmar ou não as condições do problema; 3) *trabalhar do fim para o princípio*, começando-se pelo fim ou por aquilo que se quer provar; 4) *usar dedução lógica/fazer eliminação*, encarando-se todas as hipóteses e eliminando-se, uma a uma, as que não são possíveis; 5) *reduzir a um problema mais simples/decomposição/simplificação*, que consiste na resolução de um caso particular, normalmente associado à descoberta de um padrão; 6) *fazer uma simulação/fazer uma experimentação/fazer uma dramatização*, que consiste na utilização de objetos, na criação de um modelo ou na realização de uma dramatização que traduza o problema a ser resolvido; 7) *fazer um desenho/diagrama/gráfico ou esquema*, que consiste na representação gráfica do problema, um desenho vale mais do que mil palavras; 8) *fazer uma lista organizada ou fazer uma tabela*, que consiste na organização dos dados para facilitar o processo de resolução.

Como já foi anteriormente referido, a apresentação da resolução e o debate na turma das estratégias utilizadas é importante, uma vez que permite incentivar os alunos a verificar a solução encontrada e a refletir/rever o procedimento utilizado, permitindo-se

aos alunos o contacto com formas diferentes de abordar o mesmo problema. A este propósito o PMEB (ME, 2007) salienta que

A discussão dos problemas na turma proporciona momentos ricos de aprendizagem, especialmente quando se fazem sistematizações de ideias matemáticas e se estabelecem relações com outros problemas ou com extensões do mesmo problema. (p. 29)

Raciocínio Matemático.

Os documentos curriculares portugueses (ME, 2007; ME, 1997) apontam o desenvolvimento da capacidade de raciocínio como um objetivo fundamental do ensino da Matemática. Desde a idade pré-escolar, a resolução de problemas tem como objetivo fomentar na criança o desenvolvimento do raciocínio e do espírito crítico através da procura de razões que apoiem a solução que consideram correta, uma vez que a discussão das diferentes estratégias utilizadas permite que os alunos construam noções mais “precisas e elaboradas da realidade” (ME, 1997, p. 78). O desenvolvimento desta capacidade está intimamente relacionado com o envolvimento dos alunos em experiências que proporcionem oportunidades de estimulação do pensamento, devendo o professor procurar que os alunos expressem e desenvolvam as suas ideias e clarifiquem e organizem os seus raciocínios.

A capacidade de raciocínio, aliada à resolução de problemas e à comunicação matemática, deve ser desenvolvida nos alunos desde a sua entrada no primeiro ano do ensino básico (ME, 2007), uma vez que, constituem objetivos de aprendizagem centrais do PMEB. O desenvolvimento do raciocínio é “promovido suscitando a explicação de ideias e processos, a justificação de resultados e a formulação e teste de conjecturas simples por parte dos alunos.” (ME, 2007, p. 29).

O relatório elaborado pelo GAVE (Teste Intermédio 2º ano, 2011) destaca que “os alunos deverão (...) ser incentivados a apresentar a explicação dos seus raciocínios matemáticos” (p.18), quer oralmente quer por escrito para que possam desenvolver a sua capacidade de comunicação matemática. O NCTM (2007) defende que ser capaz de raciocinar é uma capacidade fundamental para a compreensão da Matemática, uma vez que também envolve a explicação e justificação de ideias. Estes aspetos devem ser inculcados nos alunos desde os níveis mais elementares da escolaridade, ou seja, os alunos

devem ser orientados no sentido de perceberem e acreditarem que a “matemática faz sentido, através do desenvolvimento de ideias, da exploração de fenómenos, da justificação de resultados” (p. 61). Assim, pode considerar-se que o raciocínio matemático “é um hábito mental” (p. 61) que, como qualquer outro hábito, deverá desenvolver-se através de uma utilização sólida em contextos variados.

Neste sentido, o professor desempenha um papel fundamental no desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos pois, ao propor a realização de atividades que exijam reflexão e raciocínio leva os alunos à valorização do raciocínio matemático. O professor deve procurar que os alunos, todos os alunos, explicitem, com clareza, os raciocínios que elaboram através da discussão em grande grupo, de modo a que possam confrontar as suas estratégias de resolução com os colegas. Assim, todos os alunos podem beneficiar com as discussões em grande grupo, uma vez que podem encontrar uma argumentação mais forte, ou podem simplesmente encontrar uma nova forma de olhar para o problema, desenvolvendo assim uma compreensão mais aprofundada ou até construindo nova compreensão. Por vezes, os alunos não sabem que palavras usar para explicitar o seu raciocínio, especialmente quando as suas ideias não estão completamente definidas (Boavida Paiva Cebola, Vale, Pimentel, 2008; Semana & Santos, 2008; Steen, 1999;).

Assim, ao permitir que os alunos justifiquem as suas ideias, os professores estão a ajudar no desenvolvimento da sua predisposição para a Matemática:

à medida que os alunos vão explicitando as suas ideias, o professor tem oportunidade de perceber como eles estão a pensar, o que lhe permite identificar concepções erradas [...] e planear novos desafios a colocar. (Boavida, Paiva, Cebola, Vale & Pimentel, 2008, p.61)

O raciocínio pode ser entendido como uma operação mental recursiva, que atua sobre aquilo que se raciocina, de forma a que, por comparações complexas, se estabeleça um encadeamento lógico entre as relações que esse conteúdo permite construir. O raciocínio é constituído por inferências ou silogismos que, através de um sistema de conexões ordenadas e orientadas pelas evidências, permite chegar à produção de uma conclusão e, conseqüentemente de conhecimento novo (Cabrita, Coelho, Vieira, Malta, Vizinho, Almeida, Gaspar, Pinheiro, Nunes, Sousa, Amaral, 2010).

Numa perspectiva lógica, o raciocínio matemático pode ser caracterizado como uma inferência dedutiva, devido à existência de uma relação necessária entre premissas e conclusão (Aliseda, 2003). De acordo com Russel (1999) o raciocínio é uma ferramenta que deve estar no centro da aprendizagem da Matemática, e é utilizada para pensar sobre as propriedades de determinado objeto matemático e desenvolver generalizações que se apliquem a toda a classe de objetos. É a ferramenta para aceder à abstração.

De acordo com Oliveira (2008):

A expressão raciocínio matemático designa um conjunto de processos mentais complexos acerca dos quais se obtêm novas proposições (conhecimento novo) a partir de proposições conhecidas ou assumidas (conhecimento prévio). (p.3)

Nickerson (1994) refere que os conceitos de pensamento e resolução de problemas são próximos e podem estar relacionados, porém não são conceitos idênticos. O pensamento pode estar relacionado com a busca de uma solução para um problema mas também podemos pensar sobre algum assunto sem ter algum problema em mente. Da mesma forma, a resolução de problemas nem sempre requer um esforço cognitivo, por exemplo, o problema de encontrar uma forma de não tropeçar na mobília de uma sala escura resolve-se acendendo a luz. Deste modo o simples ato de acender a luz requer algum pensamento. O autor destaca que o pensamento e resolução de problemas envolvem uma vasta série de operações cognitivas como, por exemplo, inferência lógica; reflexão; imaginação; estimação; predição, entre outras. De acordo com o autor termos como o raciocínio e a tomada de decisão estão intimamente relacionados com o pensamento e a resolução de problemas.

Sternberg (1999) aponta o raciocínio como uma ferramenta específica do pensamento, salientando também que o raciocínio matemático requer pensamento analítico, criativo e prático. O autor defende que a atividade matemática está muito para além do raciocínio dedutivo, uma vez que a Matemática deve ser valorizada não apenas como produto (conhecimento organizado dedutivamente) mas como um processo (como se gera esse conhecimento). De acordo com este autor, para compreender a natureza da capacidade de raciocinar matematicamente é necessário compreender a natureza deste processo cognitivo que inclui aspetos como os seguintes: *a) identificar a natureza do problema; b) formular a estratégia de resolução do problema; c) representar*

mentalmente a informação que consta no problema; d) alocar recursos, e, por fim, e) monitorizar o trabalho desenvolvido e avaliar a solução. Estes aspetos necessitam ser trabalhados na sala de aula de modo a que os alunos se consciencializem da sua importância.

Segundo Moreira (2008) perante uma situação problemática conhecemos uma parte da situação, pretendemos atingir um objetivo e não sabemos como o fazer. Assim, se não conseguimos passar da situação dada para o objetivo temos de “recorrer ao raciocínio” (p.11), portanto “falar de raciocínio matemático é falar de resolução de problemas matemáticos” (p. 11),

Tipos e níveis de raciocínio matemático.

Oliveira (2002) identificou quatro tipos de raciocínio: *a) indutivo; b) dedutivo; c) abdutivo e d) transformativo.* De acordo com Pólya (1954) os processos de *indução* iniciam-se muitas vezes através da observação, sendo que é a partir delas que são desenvolvidas conjeturas que necessariamente devem ser testadas. Através deste tipo de raciocínio produzem-se conclusões gerais a partir da análise de alguns casos particulares. O autor destaca os processos de generalização e analogia como processos relevantes no raciocínio indutivo, uma vez que ocorrem frequentemente durante a resolução de problemas matemáticos. Também Baroody (1993) refere que o reconhecimento de um aspeto comum nos casos em análise é a base para a criação do conhecimento. Oliveira (2002) sublinha a estreita relação entre analogia e indução dado que “quem induz fá-lo por analogia, isto é, a pessoa infere a semelhança das conclusões a partir da diferença dos factos” (p. 174). O raciocínio indutivo pode ser classificado como heurístico, pois desenvolve-se do particular para o geral, sem uma conclusão necessária e com papel de criação de conhecimento (Oliveira, 2002).

English (1999) afirma que as crianças raciocinam por analogia mesmo quando estão em aprendizagem sobre o mundo que as rodeia. Este tipo de raciocínio implica a compreensão de algo novo através da sua comparação com o que é conhecido. A autora cita os resultados do *Third International Mathematics and Science Study (TIMSS)* (National Research Council, 1996), que examinou os processos envolvidos no raciocínio por analogia, para salientar a importância destes processos para a aprendizagem das crianças.

Este estudo veio a demonstrar que o raciocínio por analogia é uma ferramenta poderosa e necessária para a aprendizagem das crianças. As analogias são como uma fonte a partir da qual os alunos podem construir uma representação mental de um conceito matemático.

Por outro lado, o raciocínio dedutivo, ou *dedução*, é característico da Matemática. Baroody (1993) afirma que este tipo de raciocínio pode parecer assustador para muitos, mas de facto trata-se apenas de uma forma de atingir uma conclusão que decorre daquilo que o indivíduo conhece. O autor acrescenta ainda que raciocínios do tipo “se... então...” são característicos do raciocínio dedutivo. A posição de Baroody (1993) parece indicar que a emergência do raciocínio dedutivo se pode notar em níveis de escolaridade iniciais. O raciocínio dedutivo é um raciocínio lógico, formal e está relacionado com as demonstrações e a lógica, tal como Ponte, Branco e Matos (2008) referem “raciocinar envolve sobretudo encadear asserções de forma lógica e justificar esse encadeamento” (p. 89). A este respeito Oliveira (2008) destaca ainda que “o raciocínio dedutivo produz conclusões que são necessariamente válidas” (p.7) desde que a cadeia de deduções esteja isenta de erros. Este tipo de raciocínio, sendo um raciocínio lógico ou silogismo, desenvolve-se do geral para o particular e possui uma conclusão necessária, a qual tem o papel de validação do conhecimento (Oliveira, 2002).

Já a *abdução*, ou raciocínio abductivo, está associada à formulação de hipóteses explicativas do fenómeno em causa com base em *insights* decorrentes de conhecimentos e experiências prévias que dão sentido a um conjunto de dados (Cabrita, Coelho, Vieira, Malta, Vizinho, Almeida, Gaspar, Pinheiro, Nunes, Sousa, Amaral, 2010). Assim, a argumentação é de tipo abductivo, uma vez que se dá uma explicação plausível de um fenómeno observado experimentalmente (Oliveira, 2008). Simon (1996) refere que o raciocínio transformativo, ou *transformação*, está relacionado com a visualização das transformações e dos seus efeitos sobre os objetos, ou seja, o raciocínio transformativo está associado à construção e leitura de imagens (esquemas) mentais.

De forma sintética pode-se associar a *abdução* ao processo criativo; a *indução* à verificação e a *dedução* ao processo explicativo (Cabrita, Coelho, Vieira, Malta, Vizinho, Almeida, Gaspar, Pinheiro, Nunes, Sousa, Amaral, 2010).

Krulik e Rudnik (1999) defendem que as capacidades de pensamento (*thinking*) devem ser desenvolvidas como parte integrante das aulas de Matemática. No entanto, estas capacidades de pensamento apresentadas pelos autores encontram-se ligadas ao raciocínio que os alunos constroem perante tarefas de resolução de problemas. Os autores dividiram o pensamento em quatro níveis: *recall*, *basic*, *critical* e *creative*. Esta categorização vai ao encontro à afirmação de Sternberg (1999) que afirma que o raciocínio matemático requer pensamento analítico, criativo e prático.

O nível mais baixo, ou *recall*, inclui as habilidades de pensamento que são maioritariamente automáticas ou reflexivas, como por exemplo realizar um algoritmo (3x4) ou lembrar de um número de telefone.

O nível dois, ou *basic*, inclui o reconhecimento e compreensão de conceitos matemáticos como a adição, subtração, multiplicação e divisão, bem como a sua aplicação em problemas.

O nível três, ou *critical*, inclui a capacidade de examinar e avaliar todos os aspetos da situação ou problema. Este nível de pensamento inclui a recolha, organização e análise de informação. Trata-se de um pensamento reflexivo, que capacita o resolvido para criticar os dados e identificar inconsistências ou contradições nos dados do problema.

Por fim, o nível quatro, ou *creative*, inclui habilidades complexas como a síntese de ideias; a criação de uma nova ideia ou conjectura e o teste da sua veracidade. Neste nível de pensamento os resolvidores acreditam que um problema não deve acabar porque a resposta foi encontrada. Assim, e de modo a permitir que os alunos expandam as suas capacidades de pensamento, nomeadamente, *critical e creative thinking*, Krulik e Rudnik (1999) propõem que os professores expandam o problema através da resposta, propondo aos alunos que apresentem outras formas de resolução; alterando as condições iniciais; questionando os alunos no sentido de orientar a descoberta do erro e de desenvolverem as suas capacidades comunicativas.

A este respeito House (1999) defende que é importante perceber o que os alunos veem, percebem e ouvi-los a descrever as suas linhas de raciocínio. Assim, ao ver como o aluno estrutura um problema e consequentemente as estratégias que utiliza para chegar à solução, o professor, como é sugerido pelo PMEB (ME, 2007), pode incentivar a sua

reformulação, sugerindo “que se utilizem palavras mais facilmente compreensíveis, que se clarifique alguma ideia ou que se siga outro caminho” (p. 30). Deste modo, no decurso da comunicação, o professor ajuda na compreensão e os alunos ampliam o seu conhecimento. O PMEB (ME, 2007) destaca ainda a importância da explicação e justificação do raciocínio de modo claro e coerente e com recurso à utilização de propriedades e relações matemáticas.

Esquemas de justificação.

Vários autores (Carpenter & Loef, 1985; Fonseca, 2004; 2011; Schultz-Ferrel, Hammond & Robles, 2007;) defendem que a justificação é central para a matemática e que as crianças não podem aprender/compreender matemática sem se envolverem na atividade de justificar.

As justificações são construídas com dois grandes propósitos: convencer-se a si próprio/estabelecer a verdade e persuadir ou convencer os outros através da sua comunicação (Devlin, 2012; Harel & Sowder, 1998; Fonseca, 2004).

Carpenter e Loef (1985) apresentaram algumas questões orientadoras que podem ser colocadas aos alunos com o intuito de motivá-los a pensar numa justificação e a adotar essas questões para eles mesmos: *“É sempre verdade? Como sabes que isso se verifica para todos os números? Como sabemos que não há nenhum número para o qual não funcione?”*. Estes autores afirmam que crianças, nos primeiros níveis de escolaridade podem não alcançar a generalização das suas conjeturas, limitando-se apenas a justificar os seus resultados com base em exemplos. Também nestas idades grande parte das crianças pode não fornecer argumentos claros para as suas justificações, no entanto as interações com base nas questões da tarefa “podem produzir um diálogo interessante e fornecer alguma compreensão sobre o modo como a criança pensou.” (Carpenter & Loef, 1985, p. 102).

Stylianou, Chae e Blanton (2006) referem, com base em investigações realizadas (Balacheff, 1998; Chazan, 1993; Coe & Ruthven, 1994; Knuth, et al., 2002), que os alunos demonstram dificuldades em interpretar e transmitir as suas justificações. Porém, Carpenter e Loef (1985), baseando-se nas suas investigações, destacam que existem alunos do primeiro e segundo anos de escolaridade capazes de apresentar argumentos

válidos para as suas conjecturas e que observaram alunos destes anos de escolaridade a apresentar justificações interessantes para as suas conjecturas. Estes autores afirmam que, geralmente, as crianças, nos níveis de escolaridade mais baixos, se baseiam nas justificações com base em exemplos. Nestas idades as crianças ainda não estão preparadas para apresentar argumentos claros para as suas justificações, mas algumas delas começam a aperceber-se dos “limites da justificação com base em exemplos e da necessidade de formas de justificação gerais ” (Carpenter & Loef, 1985 p. 102). Cabe ao professor encorajar o aluno a pensar como pode provar que a sua conjectura é verdadeira. Para tal, pode colocar questões ao aluno sobre como pensou, ajudando-o a ultrapassar a dificuldade de apresentação de argumentos gerais.

Há quase trinta anos Carpenter e Loef (1985) organizaram em três grandes classes o modo como os alunos podem justificar a veracidade das questões matemáticas: apelo à autoridade, justificação através de exemplos e argumentos generalizáveis. Os alunos podem utilizar várias expressões para justificar os seus raciocínios, como por exemplo: “*eu sei isto*”; “*o professor disse o ano passado*”; “*pode ver-se pelo desenho*”; “*o nosso grupo encontrou um padrão*”; “*penso que tenho uma prova*” (Fonseca, 2004). Devlin (2012) salienta que “construir justificações matemáticas é um dos atos mais criativos da mente humana, e relativamente poucos são capazes de justificações originais e verdadeiras.” (p. 53).

Harel e Sowder (1998), referidos por Fonseca (2004, 2011), definem esquemas de justificação - *proof schemes* - como sendo tudo o que cada pessoa utiliza para se convencer a si própria e para convencer os outros da validade da sua afirmação, ou seja, esquema de justificação é o processo que contribui para que um indivíduo se convença sobre a veracidade de uma afirmação e persuada e esclareça as dúvidas dos outros. São identificadas pelos autores três categorias gerais de esquemas de justificação: *esquema de justificação por convicção externa*; *esquema de justificação empírico* e *esquema de justificação analítico ou teórico*, pormenorizando as classes já apontadas por Carpenter e Loef (1985).

No *esquema de justificação por convicção externa* (Fonseca, 2011; Plaxco, 2011) os alunos constroem argumentos ou aceitam a validade dos argumentos baseando-se em

fontes externas, mesmo que incorretas, como por exemplo, informações fornecidas pelo professor, pelo colega ou pelo manual; a forma já conhecida do argumento e não o seu conteúdo; a manipulação numérica e algébrica, mesmo que sem sentido. Quando questionados sobre o “como” os alunos tentam convencer referindo-se aos livros ou às notas ditadas pelo professor: “*o professor disse que...*”. Fonseca (2011) apresenta algumas sugestões de modo a ajudar os alunos a ultrapassar esta categoria de justificação, como por exemplo, proporcionar aos alunos um ambiente rico em questões do tipo “como” e “porquê”, de modo a ajudá-los a “aceitar menos passivamente as informações decorrentes da autoridade” (Fonseca, 2011, p. 5).

No *esquema de justificação empírico* (Fonseca, 2004; 2011) os alunos baseiam-se em exemplos para justificar as suas opções e generalizar uma conjectura, considerando-a verdadeira até alguém encontrar um contra-exemplo que possa refutá-la. Nesta categoria as justificações dependem unicamente de exemplos: “*Fiz alguns exemplos*” (Fonseca, 2011). De modo a levar os alunos a procurar melhores justificações a autora sugere que os professores confrontem os alunos com situações em que ocorra a quebra do padrão, ou seja, com a apresentação de contraexemplos.

Por fim, no *esquema de justificação analítico ou teórico*, as justificações dos alunos baseiam-se em aspetos gerais da questão/ problema e envolvem raciocínio e operações mentais (Fonseca, 2004) e são mais rigorosas e lógicas (Plaxco, 2011). Harel e Sowder (2007) referem que os “aspetos gerais” se relacionam com a compreensão do aluno/indivíduo de que o objetivo é justificar “para todas” (p.8) as situações e não para uma situação em particular. “O pensamento apresentado pelos alunos pode ser facilmente convertido para a forma de demonstração matemática” (Fonseca, 2011, p. 7).

Para Fonseca (2004) e Plaxco (2011) um aluno pode revelar esquemas de justificação diferentes em contextos distintos (tarefas diferentes), mas também é possível encontrar uma combinação de esquemas de justificação num mesmo contexto.

“Por exemplo, um aluno pode apresentar ao mesmo tempo o esquema de justificação empírico e o esquema de justificação analítico ou teórico num curto intervalo de tempo ou igualmente numa mesma tarefa; pode dizer-se que esse aluno está num esquema de justificação «analítico emergente» ou «empírico analítico».” (Plaxco, 2011 p. 7).

Stylianou, Chae e Blanton (2006) destacam que até à data pouca investigação foi realizada para a descoberta de possíveis relações entre os esquemas de justificação

utilizados pelos alunos e as suas estratégias para a resolução de problemas. Assim, torna-se necessário realizar estudos focados no modo de apresentação do raciocínio matemático, mais concretamente no modo como os alunos justificam as suas ideias e/ou resultados.

Plaxco (2011) refere que alguns alunos podem apresentar as três categorias gerais de esquemas de justificação num curto intervalo de tempo. Porém alguns investigadores, como Housman e Porter (2003), que desenvolveram o seu trabalho partindo da investigação desenvolvida por Harel e Sowder (1998), obtiveram um resultado interessante: “nenhum dos participantes apresentou o esquema de justificação analítico ou teórico e o esquema de justificação por convicção externa sem antes ter apresentado o esquema de justificação empírico.” (Plaxco, 2011 p. 8).

Metodologia

Nesta secção apresentam-se as opções metodológicas do estudo, caracterizam-se os participantes, descrevem-se os procedimentos de intervenção didática, indicam-se os instrumentos de recolha de dados, apresentam-se as categorias na sua análise, bem como a calendarização do estudo.

Opções metodológicas.

Investigar, como refere Ponte (2003, citado por Vale, 2004) é sobretudo uma atitude, uma vontade de perceber, uma capacidade para interrogar, uma disponibilidade para ver as coisas de outro modo.

Após terem sido, durante anos, os métodos de eleição em investigação, os métodos quantitativos acabaram por se mostrar “insuficientes no estudo de fenómenos educacionais complexos, não sendo capazes de captar os aspetos essenciais desses fenómenos, pois estes são inseparáveis dos respetivos contextos (...)” (Vale, 2004 p. 171). Os métodos de natureza qualitativa, enquadrados pelo paradigma da fenomenologia, têm vindo a ser frequentemente utilizados no campo da investigação. De acordo com a autora, a investigação qualitativa é um método multifacetado no qual os investigadores estudam os “sujeitos” no seu ambiente natural, recolhendo evidências de forma a tentar compreender o fenómeno em estudo.

Formular questões de investigação é o ponto de partida para conduzir qualquer investigação. As questões de partida permitem focar os tópicos e antever um conjunto de decisões relativamente aos caminhos a percorrer. (...) A formulação adequada de questões de investigação deixa antever não só o conteúdo que se vai investigar, mas também o «estilo» da investigação em causa. (Máximo-Esteves, 2008 p. 80).

Segundo Bogdan e Biklen (1994) a investigação qualitativa possui cinco características: a fonte direta de dados é o ambiente natural e o investigador é o instrumento principal de recolha de dados; é descritiva; possui maior interesse pelo processo do que pelo produto; analisa os dados de forma indutiva; e, por fim, dá importância especial ao significado. O contexto natural é melhor para compreender as ações desenvolvidas e obter um sentido mais próximo da realidade, sendo que os dados recolhidos são descritivos pois a sua recolha é realizada através de texto ou imagens. O

que interessa ao investigador não é o facto de ter alcançado um resultado correto mas sim a forma como pensou e como fez para alcançar esse resultado. Desta forma os dados recolhidos devem ir ganhando forma aquando da análise ao longo do tempo. Por fim, é importante referir que para o investigador é importante perceber o significado que todo processo teve no participante, ou seja, refletir sobre o que fizeram e como interpretaram as experiências propostas.

Segundo Vale (2004) a investigação qualitativa decorre em seis estádios: *reflexão, planeamento, entrada, produção e recolha de dados, afastamento e escrita*. Na fase de reflexão é identificado o tópico a estudar, na fase de planeamento é selecionado o local e a estratégia de investigação, bem como a preparação das questões de investigação. Na fase de entrada é realizada a recolha dos dados; na fase de produção e recolha de dados são analisados os dados; na fase de afastamento é realizada uma reflexão sobre o trabalho realizado e, por fim, na fase da escrita o investigador recorre a citações para ilustrar a sua interpretação dos dados obtidos. Vale (2004) refere que nem todos os dados de uma investigação qualitativa podem ser considerados como evidências. Assim, “entende-se a recolha de dados qualitativos como recolha de evidências e não de meras informações, que são importantes mas não cruciais para a compreensão do fenómeno em estudo.” (p. 179).

Este estudo tem a intenção de compreender o raciocínio matemático dos alunos, mais concretamente o modo como justificam as suas opções, que dificuldades manifestam em explicar o raciocínio e que razões sustentam as dificuldades apresentadas. Assim, implica a utilização de uma abordagem qualitativa pois a compreensão envolve a descrição e exploração de estratégias com base no que os participantes estão a vivenciar. De acordo com Bogdan e Biklen (1994) os investigadores qualitativos têm o objetivo de perceber aquilo que os sujeitos experimentam, o modo como os sujeitos interpretam as experiências e como eles próprios estruturam o mundo social em que vivem.

A investigação qualitativa pode assumir vários designs. Um deles, o estudo de caso, “é uma metodologia adequada quando as questões do «como» e «porquê» são fundamentais, quando o investigador tem muito pouco controlo sobre os acontecimentos

e quando o objeto do estudo é um fenómeno que se desenrola em contexto real e para o qual são necessárias fontes múltiplas de evidência para o caracterizar.” (Vale, 2004, p. 194).

O presente estudo desenvolveu-se na sala de aula habitual do 2º ano de escolaridade, pois desta forma os alunos sentiam-se mais cómodos devido ao reconhecimento do local, tendo em conta que o comportamento humano é influenciado pelo meio em que o sujeito se encontra inserido.

No estudo de caso, “ o investigador (...) é o principal instrumento, quer para a recolha de dados, quer para a sua análise (...). É ele que tem de decidir que dados recolher, quem deve ser entrevistado ou observado, ou que documentos devem ser tomados em atenção.” (Vale, 2004 p.198). De acordo com a autora o estudo de caso é uma das investigações mais difíceis de fazer, pois procura “produzir conhecimento sobre o que há de único no objecto em estudo.” (Vale, 2004 p. 200). Com este tipo de estudo não se pretende fazer generalizações, pois procura-se produzir conhecimento sobre o que há de único no objeto em estudo.

Vale (2004) refere algumas características do estudo de caso em educação: *particularista, descritivo, heurístico e indutivo*. O estudo de caso é caracterizado por ser particularista pois centra-se numa situação, num acontecimento, num fenómeno ou pessoa específica; descritivo, pois a recolha de dados permite fazer uma descrição detalhada do objeto em estudo; heurístico, porque o estudo permite a compreensão do leitor e indutivo, pois, ao mesmo tempo, os dados orientam e condicionam o conhecimento que emerge do estudo.

De acordo com o problema a estudar e as questões formuladas, optou-se pela realização de um estudo de caso que assume uma natureza descritiva e interpretativa pois o objetivo do estudo é compreender que tipo de raciocínio os alunos utilizam, como justificam as suas opções e que dificuldades manifestam em explicar o raciocínio.

Participantes.

O contexto onde o estudo foi desenvolvido já foi apresentado no capítulo I deste relatório.

Para este estudo de investigação procedi à seleção de um grupo de três alunas com sete anos de idade, todas do sexo feminino, da turma de alunos do 2º ano de escolaridade onde se desenvolveu a PES II. O estudo de caso utiliza uma amostra criteriosa, a partir da qual podemos aprender o máximo possível. Desta forma, a seleção das alunas não foi aleatória. Para a sua seleção tive em conta alguns fatores, tais como: a capacidade de comunicar, o modo de verbalizar o pensamento e a autonomia na realização das tarefas. Ao longo das observações constatei que a maior parte dos alunos da turma possuem dificuldades em produzir um discurso, mesmo que pouco organizado, de modo a verbalizar o modo como procederam para a resolução de um problema. Este facto pode estar associado a vários fatores como a timidez ou a insegurança. Também me apercebi que apesar da resolução de problemas ser uma rotina semanal, a verbalização do pensamento pelos alunos não era solicitada. Desta forma, optei por selecionar as alunas de acordo com as referências que fui reunindo ao longo das regências.

Estas alunas constituem os casos do estudo. Ao longo das semanas de regência foram apresentados problemas, de modo a dar continuidade à rotina implementada pela professora cooperante, e também para que os alunos se habituassem a verbalizar o seu pensamento, explicando o modo como procederam, embora muitas vezes não tivesse conseguido que descrevessem o seu raciocínio nem com uma única palavra. Alguns alunos permaneciam em silêncio. Apesar de as tarefas serem apresentadas a toda a turma apenas estudei em profundidade os três casos selecionados.

Em síntese, para a seleção das três participantes foram utilizados os critérios: (a) facilidade em comunicar oralmente, uma vez que o meu intuito é compreender como os alunos raciocinam e justificam os seus resultados e (b) autonomia na execução das tarefas.

A Andreia é uma aluna com 7 anos de idade que mora na freguesia onde se situa o Centro Escolar. É uma aluna muito comunicativa, que gosta de manifestar a sua opinião. É acompanhada pelos pais e pela irmã, mais velha, na realização dos trabalhos de casa. Afirma gostar muito de matemática e lê todos os dias antes de se deitar.

A Carlota é uma aluna muito comunicativa, com excelente capacidade de expressão; muito alegre e que gosta muito de expressar a sua opinião. Tem 7 anos de

idade e mora na freguesia onde se situa o Centro Escolar. Tem acompanhamento da mãe e dos avós maternos aquando da realização dos trabalhos de casa. Gosta muito de ler e de ver as notícias na televisão.

A Luísa é uma aluna muito comunicativa, alegre, que adora falar e sabe explicar-se muito bem. Tem 7 anos de idade e também mora na freguesia onde se situa o Centro Escolar. A mãe acompanha a realização do trabalho de casa. A aluna gosta muito de ler de manhã, enquanto toma o pequeno-almoço. Afirmo gostar das tarefas propostas pelas professoras estagiárias: “dão-me voltas à cabeça” (8 de janeiro de 2013).

As alunas que constituem os estudos de caso foram avaliadas, no final do 1º período, com classificações entre o Satisfaz Bastante e o Excelente em todas as áreas curriculares. Ao longo das semanas de regência revelaram ser alunas motivadas, empenhadas, organizadas, autónomas, com capacidade de trabalho e facilidade nas aprendizagens.

Procedimentos da Intervenção didática.

Para dar resposta ao problema e às questões de investigação, na intervenção didática decidi utilizar tarefas - problemas de processo - as quais serão apresentadas no tópico seguinte.

Durante a resolução das tarefas optei por observar o comportamento dos alunos, de modo a verificar como procediam para resolver o problema, que dificuldades tinham e quais as estratégias mais utilizadas para a resolução. Para registo das observações realizadas recorri a notas de campo e a fotografias. Concluída a tarefa e após a recolha das folhas de resolução conversei com as alunas caso de modo a perceber exatamente qual o motivo que as levou a tomar determinada opção, uma vez que não se limitaram a aplicar uma ou mais operações aritméticas conhecidas e tiveram de fazer algumas experiências para chegar a uma regra que lhes permita descobrir e dar uma resposta ao problema.

Depois de conversar com as alunas caso realizei uma discussão final, em grande grupo, em que todos os alunos puderam discutir o trabalho realizado. Ao longo do

diálogo estabelecido fui incentivando os alunos a verbalizar as suas descobertas, colocando questões de modo a orientar o seu pensamento.

De modo a aumentar o vocabulário dos alunos e a flexibilizar o léxico utilizado nas aulas introduzi o “Comboio das palavras novas”. Achei necessário introduzir esta ferramenta, adotando-a como opção metodológica, uma vez que os alunos vinham a demonstrar dificuldades na comunicação, nomeadamente na demonstração e explicitação dos raciocínios usados. Com esta ferramenta pretendi auxiliar e encorajar os alunos a explicar, oralmente e por escrito, os seus raciocínios e a refletir sobre o que foi feito, facilitando a integração no seu discurso das palavras novas que iam surgindo na sala de aula. Recorrendo a ela os alunos podem mais facilmente participar na discussão tendo “a oportunidade de desenvolver competências metacognitivas, porque estão em contacto com tarefas complexas de pensamento” (Costa, 2007, p.145).

Recolha de dados.

Seguindo a linha da natureza do estudo, para obter as informações mais relevantes, recorri a: observações, notas de campo, conversas, gravação áudio, vídeo e fotografia, tarefas e documentos.

As observações permitem recolher dados do indivíduo em atividade desde expressões, falas e ações.

as observações sugerem ideias para as entrevistas. A interação entre estas duas fontes de recolha de dados não só enriquece cada uma delas como também é de grande utilidade para a análise, a qual seria impossível apenas com uma fonte. (Vale, 2004, p. 181)

A autora destaca que “a observação participante designa um modo de observação na qual o investigador participa em atividades relacionadas com a situação que está a ser estudada, não sendo apenas um mero observador” (p.182). Assim, o investigador faz intencionalmente parte da situação e coopera nas atividades relacionadas com a mesma.

Neste estudo as observações recaíram sobre o comportamento dos alunos durante a resolução de problemas, mais concretamente nas estratégias utilizadas para a resolução dos mesmos e nas dificuldades que foi possível identificar.

As notas de campo são “o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha e refletindo sobre os dados de um estudo

qualitativo” (Bogdan e Biklen, 1994 p.150). Estas devem ser detalhadas, precisas e extensivas para que desenvolvimento do projeto seja acompanhado ao pormenor. Os autores referem ainda que as notas de campo consistem em dois tipos de materiais: descritivo e reflexivo. A parte descritiva corresponde ao registo de detalhes que ocorreram no momento de observação. Por outro lado, a parte reflexiva diz respeito a um relato mais pessoal sobre o que se está a observar. Neste estudo as notas descritivas referiram-se ao registo acerca das estratégias utilizadas, dos pensamentos em voz alta e das deduções realizadas pelos alunos durante a resolução das tarefas. Por sua vez, as notas reflexivas referiram-se à reflexão sobre o impacto que a tarefa causou na turma, ou seja, se correu bem ou não; se seria necessário alterar alguma coisa na estrutura da tarefa; se colocaria outras questões para além das apresentadas.

As conversas intencionais realizadas com os alunos, após a resolução da tarefa, tiveram o intuito de pedir esclarecimentos sobre a estratégia selecionada e aplicada e tentar perceber como é que os alunos justificavam os seus raciocínios. As conversas foram utilizadas em conjunto com a observação participante, de modo a que pudessem ser recolhidos “dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente uma ideia sobre a maneira como os sujeitos” (Bogdan e Biklen, 1994 p. 134) interpretam e resolvem as tarefas propostas.

A gravação áudio e vídeo permite um registo completo que não é possível obter através de apontamentos. Neste estudo, o comportamento dos alunos não foi condicionado pelo gravador e pela máquina fotográfica, uma vez que estes instrumentos foram sendo utilizados ao longo de todas as semanas de regência. Neste estudo, a gravação áudio permitiu a recolha das explicações dadas pelos alunos sobre as decisões que tomaram e justificação de estratégias adotadas na resolução da tarefa. A gravação vídeo permitiu capturar imagens da manipulação do material e dos resultados obtidos pelos alunos.

Os documentos recolhidos nesta investigação foram de natureza diversa, tal como: folhas de registo das tarefas; registos de natureza biográfica e notas de campo. Os registos de natureza biográfica, tais como: habilitações e profissões dos pais, idade dos alunos, número de irmãos foram recolhidas junto da professora cooperante. Desta forma,

foi possível uma melhor caracterização da turma. As notas de campo correspondem ao que fui redigindo ao longo das observações que decorreram da implementação das tarefas propostas.

Tarefas.

As tarefas assumiram um papel fundamental neste estudo porque foi através das mesmas que se recolheram dados essenciais. Foram implementadas num dia de regência, normalmente à terça-feira de manhã, e após a recolha das folhas de registo foram realizadas as conversas com as alunas caso.

Para o estudo optei por utilizar problemas de processo (Vale & Pimentel, 2004) pois podem ser resolvidos de vários modos, permitindo a utilização de diferentes estratégias de resolução de problemas e de diferentes tipos de raciocínio.

Para a exploração das tarefas optei por seguir os seguintes passos:

- distribuir o material manipulável;
- permitir a livre exploração do material;
- entregar os enunciados das tarefas aos alunos;
- solicitar a leitura, em voz alta, por um aluno;
- pedir a explicação do que tinha percebido com a leitura;
- solicitar a leitura por outro aluno;
- pedir a explicação do que tinha percebido;
- proceder à leitura do problema;
- colocar as questões: O que sabemos?; o que queremos saber?
- resolver a tarefa (os alunos);
- recolher as folhas de registo;
- conversar com as alunas caso;
- discutir em grande grupo.

Todas as tarefas foram exploradas com recurso a material, à exceção da tarefa 3, de modo a avaliar a reação dos alunos e as estratégias utilizadas para a sua resolução.

As tarefas foram integradas nas planificações semanais de forma natural, de acordo com o que estava a ser trabalhado de modo a não serem estranhas ao contexto.

De seguida, é apresentado o modo como foi introduzida cada tarefa, o enunciado, bem como todas as propostas de resolução.

Tarefa 1 – Presentes de Natal - 3 a 5 de dezembro de 2012 (adaptado de Soares, 2012, p. 38).

1 - O duende Pimpão estava encarregue de arrumar os presentes para o Pai Natal entregar na noite de Natal.

Quando estava a arrumar os presentes para entregar aos meninos o Pimpão reparou que tinha apenas 6 sacos para colocar os 24 presentes que faltavam. O Pai Natal tinha pedido ao Pimpão para colocar, em cada saco, um número diferente de presentes. Não podia ficar nenhum saco vazio. Como é que o Pimpão pode arrumar os presentes nos 6 sacos?

1.1 - Depois de já ter arrumado todos os presentes, a Mãe-Natal foi ter com o Pimpão e disse-lhe que tinha estado a pensar e que achava melhor colocar o mesmo número de presentes em cada saco de modo a facilitar as entregas. Quantos presentes deve o Pimpão colocar em cada um dos 6 sacos?

Os alunos resolveram primeiro a alínea 1 e só depois a alínea 1.1. O problema pode ser resolvido com recurso a várias estratégias como a seguir se apresentam.



Figura 2 Material disponível para a realização da tarefa 1

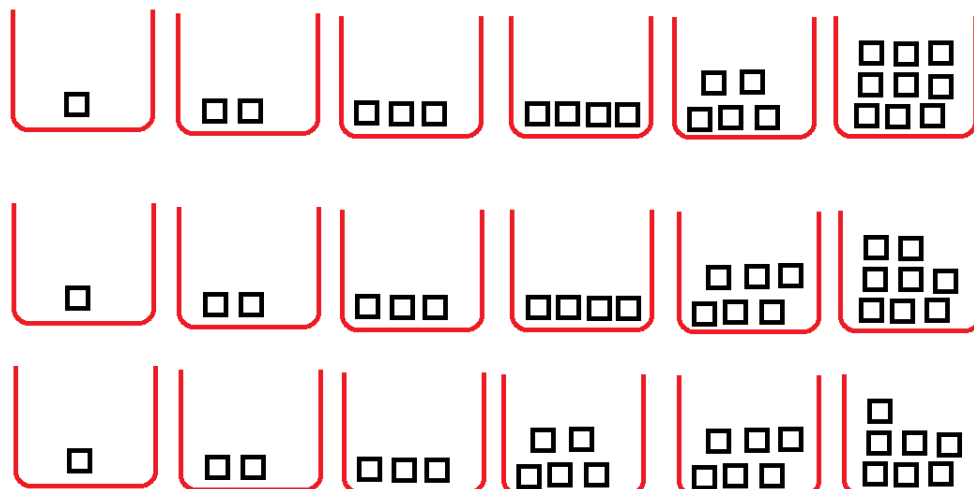
❖ Tentativas

$$1+2+3+4+5+9 = 24$$

$$1+2+3+4+6+8 = 24$$

$$1+2+3+5+6+7 = 24$$

❖ *Desenho*



❖ *Formulação de hipóteses*

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c} 1+9 \\ \text{└─┘} \\ 10 \end{array} + \begin{array}{c} 5+4 \\ \text{└─┘} \\ 9 \end{array} + \begin{array}{c} 3+2 \\ \text{└─┘} \\ 5 \end{array} = 24 \\
 \hline
 \begin{array}{c} 2+3 \\ \text{└─┘} \\ 5 \end{array} + \begin{array}{c} 7+6 \\ \text{└─┘} \\ 13 \end{array} + \begin{array}{c} 1+5 \\ \text{└─┘} \\ 6 \end{array} \\
 \begin{array}{c} 5 + 13 \\ \text{└─┘} \\ 18 \end{array} + 6 = 24 \\
 \hline
 \begin{array}{c} 4+6 \\ \text{└─┘} \\ 10 \end{array} + \begin{array}{c} 1+2 \\ \text{└─┘} \\ 3 \end{array} + \begin{array}{c} 3+8 \\ \text{└─┘} \\ 11 \end{array} \\
 \begin{array}{c} 10 + 3 \\ \text{└─┘} \\ 13 \end{array} + 11 = 24
 \end{array}$$

❖ *Formulação de hipóteses*

De modo a distribuir os 24 presentes de forma equitativa pelos 6 sacos disponíveis, poderiam ser colocados 3 presentes em cada saco e como ainda faltavam distribuir 6 presentes colocava-se mais 1 presente em cada um dos sacos.

❖ *Colocação termo a termo*

A distribuição dos presentes poderia ser realizada termo a termo, ou seja, ia sendo colocado um presente em cada um dos sacos até esgotar o número total de presentes para distribuir.

Resposta alínea 1: Para colocar um número diferente de presentes em cada um dos sacos o Pimpão podia arrumar os presentes de três formas diferentes, sendo elas: 1+2+3+4+5+9; 1+2+3+4+6+8; 1+2+3+5+6+7.

Resposta alínea 1.1: Para distribuir os presentes de forma equitativa o Pimpão teria de colocar 4 presentes em cada um dos 6 sacos.

Introdução da tarefa.

A tarefa “Presentes de Natal” foi integrada de forma articulada na planificação da semana de 3 a 5 de dezembro de 2012, enquadrada no tema do Natal. Na segunda-feira, os alunos trabalharam/exploraram a história “Eu sei tudo sobre o Pai Natal”, de Nathalie Delebarre, e decoraram uma árvore de Natal. Na manhã de terça-feira, chegaram um pouco agitados, no entanto, começaram a acalmar e a tranquilidade instalou-se na sala de aula. Para a realização da tarefa distribuí o material por cada aluno, neste caso 6 sacos e 24 presentes.

Numa primeira fase, os alunos exploraram o material livremente, tentando descobrir se na verdade haveria algo dentro dos presentes. Após a exploração do material foi entregue, a cada aluno, uma folha com o enunciado da tarefa. Depois de todos terem lido o problema em silêncio pedi que me explicassem em que consistia o problema e quais as condições descritas. Após dialogar com os alunos e verificar que, aparentemente, todos tinham compreendido o que era pretendido pedi-lhes que ajudassem o duende Pimpão a arrumar os presentes nos sacos.

Inicialmente, os alunos tinham de distribuir, por cada saco, um número diferente de presentes e nenhum saco podia ficar vazio. O registo dos resultados era realizado à medida que os alunos encontravam uma solução, ou seja, só era registado depois de verificar que os presentes tinham sido distribuídos pelos sacos de acordo com as condições do problema.

Na continuação do problema, o duende tinha de arrumar todos os presentes mas, desta vez, cada saco tinha de ter o mesmo número de presentes. As crianças voltaram a manipular o material fornecido e conforme terminaram pedi-lhes que registassem a solução encontrada na folha que continha a segunda parte da tarefa. No mesmo dia da implementação da tarefa, durante o intervalo da manhã, convoquei alguns alunos para, individualmente, refletirem e me explicarem o seu raciocínio.

Reflexão.

Os alunos não apresentaram dificuldades na compreensão do problema e responderam corretamente às questões de interpretação. Conseguiram explicar o que era pretendido tendo em conta as condicionantes do problema. No diálogo estabelecido com a turma apercebi-me que apenas os alunos mais comunicativos participaram ativamente.

Penso que a utilização de material foi extremamente importante para a resolução do problema, uma vez que permitiu que os alunos pudessem simular e explorar as várias soluções.

Os alunos mostraram-se participativos e empenhados na concretização da tarefa, os que revelam mais dificuldades conseguiram chegar a, pelo menos, uma das soluções. O registo das soluções encontradas também se mostrou muito importante para sustentar a explicação do raciocínio realizado pelos alunos. Alguns alunos, quando se deparavam com um número repetido de presentes nos sacos esvaziavam todos os sacos e recomeçavam a distribuição. Penso que este tipo de tarefas é importante, pois pode levar os alunos à necessidade da organização de pensamento, de modo a saber reajustar as situações sem perder todo o trabalho realizado até ao momento.

Em suma, esta tarefa foi bem conseguida pelos alunos, pois mesmo aqueles que manifestam mais dificuldades conseguiram encontrar uma solução. A discussão em grande grupo, após a concretização da tarefa, foi muito proveitosa para os alunos pois puderam discutir e conhecer todas as soluções da tarefa.

Tarefa 2 – Duende Pimpão - 3 a 5 de dezembro de 2012 (adaptado de Soares, 2012,p. 41).



Figura 3 - Material disponível para a realização da tarefa 2

O duende Pimpão trabalhava na oficina do Pai Natal, mas era muito distraído e acabava sempre por perder os cachecóis e os gorros que a Mãe-Natal lhe fazia. A certa altura apercebeu-se que já só tinha um gorro verde-escuro e um cachecol vermelho. Como o Pimpão era muito trabalhador o Pai Natal e a Mãe Natal decidiram dar-lhe um presente antecipado. Ofereceram-lhe dois gorros (azul e laranja) e três cachecóis (roxo, branco e verde claro) para que na noite da distribuição dos presentes o Pimpão os pudesse acompanhar.

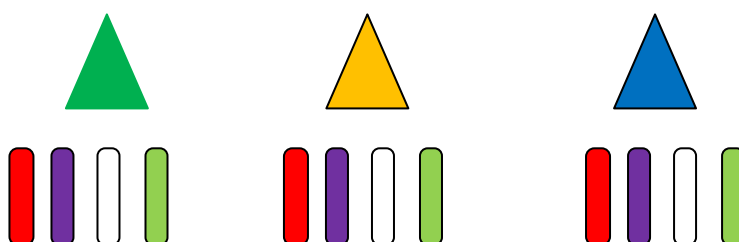
Agora que tem três gorros (verde escuro, azul e laranja) e quatro cachecóis (vermelho, roxo, branco e verde claro) o Pimpão nem sabe qual haverá de escolher para a noite da distribuição dos presentes. Quantos conjuntos de gorro e cachecol pode fazer o duende Pimpão?

O problema pode ser resolvido com recurso a várias estratégias como a seguir se apresentam.

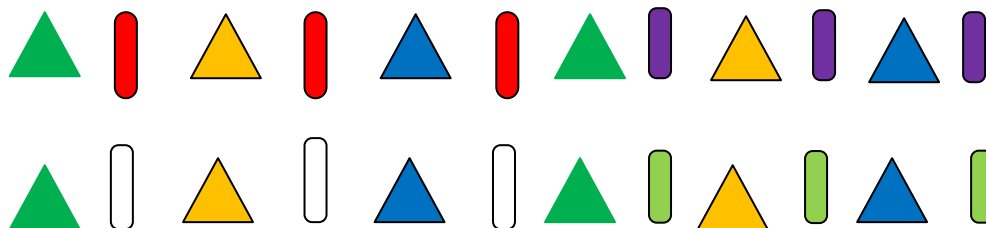
❖ *Fazer uma tabela*

Cachecol \ Gorro	Vermelho	Roxo	Branco	Verde claro
Verde Escuro	X	X	X	X
Azul	X	X	X	X
Laranja	X	X	X	X

❖ *Fazer um diagrama*



❖ *Fazer um desenho*



❖ *Fazer uma lista organizada*

Cachecol	vermelho (VM) ; roxo (R) ; branco (B) ; verde claro (VC)
Gorro	verde escuro (VE) ; azul (AZ); laranja (L)

VM	VE	R	VE	B	VE	VC	VE
VM	AZ	R	AZ	B	AZ	VC	AZ
VM	L	R	L	B	L	VC	L

Resposta: O Pimpão podia fazer 12 conjuntos diferentes de gorro e cachecol.

Introdução da tarefa.

A tarefa “duende Pimpão” foi integrada de forma articulada na planificação da semana de 3 a 5 de dezembro de 2012, enquadrada no tema do Natal.

Para a realização da tarefa optei por estabelecer um diálogo com os alunos de modo a relembrar a tarefa resolvida no dia anterior. Depois de explicarem o que fizeram, entreguei a cada aluno 1 duende, 4 cachecóis e 3 gorros de cores diferentes. À medida que recebiam o material os alunos questionavam-se sobre o que iria acontecer. O duende já era uma figura conhecida, uma vez que surgiu na tarefa realizada no dia anterior.

Numa primeira fase os alunos exploraram livremente o material. De seguida, entreguei o enunciado da tarefa e solicitei a sua leitura, em silêncio. Depois de todos os alunos terem lido o problema, pedi-lhes que me explicassem em que consistia o problema. Após dialogar com os alunos e verificar que, aparentemente, todos tinham

compreendido o que era pretendido li o enunciado em voz alta. Concluída a leitura pedi aos alunos para ajudarem o duende Pimpão a saber quantos conjuntos de gorro e cachecol podia fazer.

Pretendia-se que os alunos descobrissem todas as combinações possíveis com os 3 gorros e os 4 cachecóis, usando um gorro e um cachecol. O registo dos resultados era realizado à medida que os alunos encontravam uma solução. No mesmo dia da implementação da tarefa, durante o intervalo da manhã, convoquei alguns alunos para, individualmente, refletirem e me explicarem o seu raciocínio.

Reflexão.

Os alunos não apresentaram dificuldades na compreensão do problema e mais uma vez saliento que o facto de terem à sua disposição material para a realização da tarefa foi uma mais-valia. A utilização do material permitiu a visualização da situação e facilitou a procura das diferentes soluções. Ao longo da resolução da tarefa apercebi-me que os alunos utilizaram diferentes estratégias de resolução e diferentes formas para registar as soluções encontradas, como por exemplo, desenho, diagrama, lista organizada. A maioria dos alunos optou por utilizar a estratégia desenho.

Penso que os registos realizados pelos alunos foram importantes, pois durante as conversas de esclarecimento que estabeleci permitiram que relembassem o seu raciocínio e justificassem porque não existiam mais conjuntos de gorro e cachecol.

O facto de as folhas para o registo das soluções serem brancas e não possuírem nenhum tipo de modelo de registo foi importante pois permitiu que os alunos pudessem escolher de que forma queriam registar as soluções encontradas e permitiu-me também conhecer diferentes formas de registo às quais os alunos recorrem, nomeadamente desenho, diagrama, lista organizada como já referi anteriormente.

Em suma, a tarefa foi bem-sucedida, apesar de nem todos os alunos terem descoberto as 12 combinações de gorro e cachecol. Mais uma vez noto que a discussão em grande grupo e exploração das diferentes soluções foi muito positiva para a turma pois os alunos puderam partilhar as estratégias utilizadas e perceber que existem formas diferentes de chegar à solução, sendo que todas são corretas.

Tarefa 3 – Festa de Natal – 11 de dezembro de 2012 (adaptado de Pimentel, Vale, Freire, Alvarenga e Fão, 2010, p. 16).

1 - Para a festa de Natal do Centro Escolar de Perre, as professoras Conceição, Mariana e Vânia gostavam de organizar um lanche para a turma do 2º ano, que tem 24 alunos.

Cada aluno irá receber um saco de guloseimas com:

- 3 Quadrinhos de chocolate;
- 2 Rebuçados;
- 1 Pai Natal

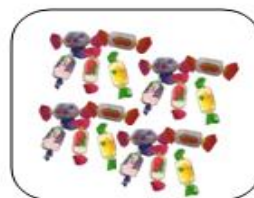
Para a preparação dos sacos com guloseimas é necessário comprar pastas de chocolate, embalagens de Pais Natal e sacos de rebuçados, como as representadas na figura:



1 Pasta de chocolate



1 Embalagem de Pais Natal



1 Saco de rebuçados

6 Quadrinhos de chocolate

6 Pais Natal

20 Rebuçados

Compraram 8 pastas de chocolate, 3 embalagens de Pais natal e 2 sacos de rebuçados. Quantos sacos de guloseimas podem ser preparados? Sobra alguma coisa? O quê?

1.1- O que é necessário comprar para preparar sacos de guloseimas para todos os alunos da turma?

Os alunos resolveram primeiro a alínea 1 e só depois a alínea 1.1. O problema pode ser resolvido com recurso a várias estratégias como a seguir se apresentam.

❖ *Fazer uma tabela*

							Sobram
Quadrados de chocolate	3	6	9	12	30	48	0
Pais natal	1	2	3	4	10	16	2 Pais natal
Rebuçados	2	4	6	8	20	32	8 Rebuçados
Sacos de guloseimas	1	2	3	4	10	16	_____

❖ *Fazer um desenho*

1 pasta de chocolate (6 quadrinhos de chocolate) → 2 sacos de guloseimas

8 pastas (48 quadrinhos de chocolate) → 16 sacos de guloseimas

1 embalagem de pais natal (6 pais natal) → 6 sacos de guloseimas

3 embalagens de pais natal (18 pais natal) → 18 sacos de guloseimas

1 saco de rebuçados (20 rebuçados) → 10 sacos de guloseimas

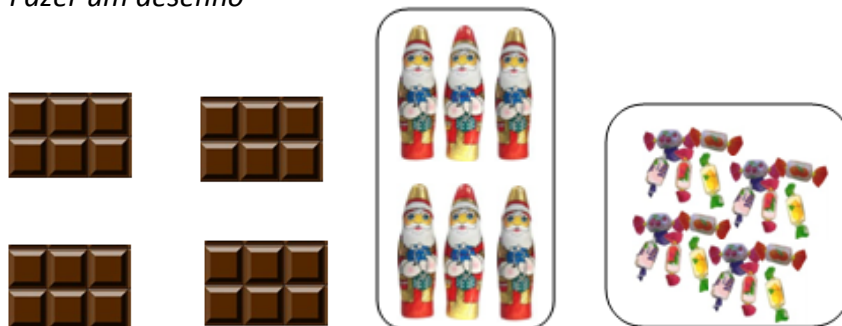
2 sacos de rebuçados (40 rebuçados) → 20 sacos de guloseimas



Resposta alínea 1: Apenas podem ser preparados 16 sacos de guloseimas, uma vez que existem 48 quadrinhos de chocolate para serem divididos em grupos de 3 quadrados por cada saco, o que dá um total de 16 sacos de guloseimas. No que respeita aos Pais Natal poderiam ser preparados 18 sacos de guloseimas, mas como apenas existem quadrados de chocolate para 16 sacos apenas podem ser preparados 16 sacos, sobrando assim 2 Pais Natal. Os rebuçados disponíveis (40, ou seja 20 em cada saco) poderiam ser usados para preparar 20 sacos de guloseimas, mas como já referi anteriormente apenas

existem quadrados de chocolate para 16 sacos de guloseimas. Assim, podem ser preparados 16 sacos de guloseimas e sobram 2 Pais Natal e 8 rebuçados.

❖ *Fazer um desenho*



Resposta alínea 1.1: Para serem preparados sacos para todos os alunos é necessário comprar mais 4 pastas de chocolate, 1 embalagem de pais natal e 1 saco de rebuçados, do qual sobram 12 rebuçados.

Introdução da tarefa.

A tarefa “Festa de Natal” foi integrada de forma articulada na planificação da semana de 10 a 12 de dezembro de 2012, enquadrada no tema do Natal. Na segunda-feira, os alunos exploraram a história “A dieta do Pai Natal”, de Anne Marie Frisque, e no período da tarde realizaram o ensaio geral para a festa de Natal do Centro, a realizar no último dia de aulas – 14 de dezembro de 2012.

Para a realização da tarefa entreguei a cada aluno uma folha com o enunciado e solicitei a sua leitura, individualmente e em silêncio, pelos alunos. Depois de terem lido pedi-lhes que me explicassem em que consistia o problema e quais as condições descritas. Após dialogar com os alunos verifiquei que estavam um pouco confusos, dada a estrutura do problema, pois possuía dois tipos de dados: o que continha cada saco de guloseimas e o que tinha sido comprado para a preparação dos sacos. Pretendia-se que os alunos, tendo sempre presente as guloseimas de cada saco, indicassem quantos sacos de guloseimas poderiam ser preparados e se sobrava alguma coisa.

Antes de os alunos passarem à realização da tarefa, realizei a sua leitura, em voz alta. Concluída a leitura os alunos começaram a tentar resolver a tarefa. Muitos deles sentiram necessidade de voltar a ler o enunciado.

Na continuação do problema os alunos tinham de indicar o que era necessário comprar para preparar os sacos de guloseimas para todos os alunos da turma.

No mesmo dia da realização da tarefa, durante o intervalo da manhã, convoquei alguns alunos para, individualmente, refletirem e me explicarem o seu raciocínio.

Reflexão.

Os alunos apresentaram dificuldades na compreensão do problema. Tal facto aconteceu, talvez devido à informação excessiva do problema, coisa a que a turma não está habituada. Como o problema apresentava dois tipos de informação: o que continha cada saco de guloseimas e o que tinha sido comprado para a preparação dos sacos, os alunos acabaram por se sentir “perdidos” e não saber que informação deveria ser utilizada para a resolução da tarefa.

Ao longo da resolução apercebi-me que esta tarefa deveria ter sido apresentada perto do final do meu estudo, devido à extensão e complexidade do enunciado. Os alunos estavam no final do 1º período do 2º ano de escolaridade.

Um outro aspeto que senti ser muito útil e importante para a compreensão daquilo que é pretendido é a disponibilização de material manipulável. Penso que o material acaba por ser um meio concretizador da situação e facilitador da compreensão do que é pretendido. Esta foi a única tarefa planificada para a qual os alunos não dispunham de material e, talvez por isso, tivessem revelado mais dificuldades.

Refiro que o facto de não ter sido dada qualquer indicação antes da resolução do problema permitiu-me constatar que esta turma necessita trabalhar mais a nível da compreensão de problemas, desenvolver a compreensão dos enunciados de modo a “descodificarem” a informação e a selecionarem os dados relevantes à resolução do problema.

Apesar de apenas três alunos terem conseguido resolver a tarefa com sucesso foi possível verificar que adotaram diferentes estratégias para registar o seu raciocínio: desenho, tabela, texto, cálculos. Mais uma vez saliento a importância de os alunos terem liberdade na escolha da forma de registo. Este aspeto que considero importante, pelo facto de não condicionar os alunos a uma única forma de registo, reconheço que dificulta o trabalho de outros que necessitam de muito apoio. Apesar disso, a minha opção vai

para o registo livre por considerar que os alunos devem ter oportunidade de manifestar o seu pensamento de forma como entenderem e porque, em matemática, são aceitáveis, se corretas, várias formas de representar e este é um aspeto a que os alunos se devem habituar desde cedo. Os alunos com mais dificuldades precisam de ser apoiados no sentido de confiarem na sua capacidade de representar o que estão a pensar.

Agora que estou a refletir sobre a minha prática sinto que esta tarefa poderia ter resultado melhor se tivesse sido realizada mais tarde e se os alunos já tivessem contactado e explorado problemas deste género. Durante o tempo de prática pedagógica que restou continuei a apostar na exploração desta capacidade transversal de modo a ajudar os alunos a compreender o problema e a atingir o sucesso na sua resolução.

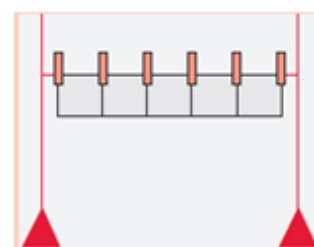
Aquando da explicação do problema, depois de já ter recolhido todos os enunciados, apercebi-me que os alunos estavam extremadamente cansados e que, apesar de participarem na discussão, já estavam “saturados”, dado o esforço que fizeram para tentar resolver o problema.

Em suma, a tarefa poderia ter tido melhor resultado se tivesse sido apresentada um pouco mais tarde. Por outro lado, ao apresentá-la neste momento, pude verificar que alguns alunos conseguiram realizar a tarefa, apresentando diferentes formas de resolução e justificação para as soluções encontradas e consciencializar-me de dificuldades dos alunos.

Tarefa 4 – Os panos de cozinha da Estrela - 15 de janeiro de 2013 (adaptado de Vale, Fão, Fonseca, Gerales, Gigante, Lima & Pimentel, 2006, p. 13 e de Boavida, Paiva, Cebola, Vale & Pimentel, 2008, p. 20).

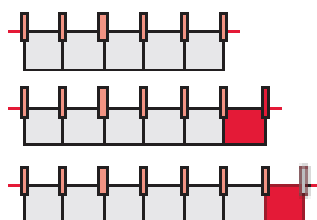
1- A Estrela vai pôr a secar muitos panos de cozinha pendurando-os, ordenadamente, como mostra a figura. Ajuda a Estrela a descobrir quantas molas são necessárias para pendurar 5,6,7,10,15,20 ou 40 panos de cozinha.

1.1- A Estrela pode pendurar os panos de cozinha de outra maneira? Como?



Os alunos resolveram primeiro a alínea 1 e só depois a alínea 1.1. O problema pode ser resolvido com recurso a várias estratégias como a seguir se apresentam.

❖ *Fazer um desenho*



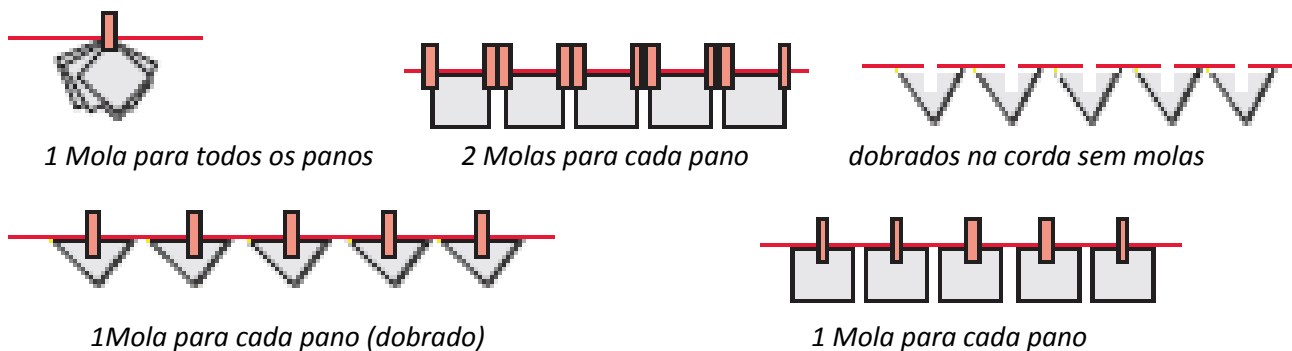
❖ *Fazer uma tabela*

Nº de panos de cozinha	5	6	7	8	10	...	20	40
Nº de Molas	6	7	8	9	11	...	21	41

Resposta alínea 1: Para pendurar 5 panos de cozinha a Estrela precisa de 6 molas; para pendurar 6 panos precisa de 7 molas; para pendurar 7 panos precisa de 8 molas; para pendurar 10 panos precisa de 11 molas; para pendurar 15 panos precisa de 16 molas; para pendurar 20 panos precisa de 21 molas e para pendurar 40 panos precisa de 41 molas. O número de molas é dado por: número de panos + 1.

Resposta alínea 1.1:

❖ *Fazer um desenho*



Introdução da tarefa.

A tarefa “Os panos de cozinha da Estrela” foi integrada de forma articulada na planificação da semana de 14 a 16 de janeiro de 2013, enquadrada no tema dos numerais ordinais. Na segunda-feira os alunos exploraram uma tarefa envolvendo um padrão de repetição. Esta tarefa tinha o intuito de levar os alunos à descoberta da lei de formação do padrão, bem como à descoberta da figura que ocuparia o vigésimo lugar da fila, por exemplo.

Para a realização da tarefa organizei, previamente, um estendal na sala de aula de modo a que os alunos pudessem visualizar os elementos da tarefa. De seguida, questionei-os sobre a necessidade do estendal e responderam: *“Vamos fazer um desafio de matemática!”*. Em seguida entreguei, a cada um, uma folha com o enunciado da tarefa e solicitei a leitura, em voz alta, a um aluno. Concluída a leitura pedi-lhe que me explicasse em que consistia o problema e quais as condições descritas. Repeti este processo com mais um aluno. Em seguida li a tarefa e, novamente, questionei os alunos sobre o que era pretendido de modo a verificar se, aparentemente, todos tinham compreendido. Pretendia-se que os alunos descobrissem qual a relação funcional existente entre o número de molas e o número de panos de cozinha. Para tal os alunos necessitavam de realizar algumas experiências para chegar a uma regra que lhes permitisse descobrir e obter resposta para 20 ou 40 panos de cozinha sem ter que fazer a contagem das molas uma a uma. Por exemplo, usar um desenho e/ou uma tabela, descobrir o padrão e generalizar. A lei de formação presente nas sequências numéricas em causa permite concluir que o número de molas é igual ao número de panos de cozinha mais um.

O registo dos resultados era realizado à medida que os alunos concretizavam as tentativas para descobrir a lei de formação.

Na continuação do problema os alunos tinham de descobrir outras formas de pendurar os panos de cozinha a secar. Este problema permite várias abordagens, uma vez que nada é dito nem apresentado sobre o formato do estendal ou do número de cordas. O registo dos resultados era realizado à medida que os alunos descobriam uma nova forma para pendurar os panos. No mesmo dia da realização da tarefa, durante o intervalo

da manhã, convoquei alguns alunos para, individualmente, refletirem e me explicarem o seu raciocínio.

Reflexão.

Os alunos não apresentaram dificuldades na compreensão do problema e mais uma vez saliento que o facto de terem à sua disposição material para a realização da tarefa foi uma mais-valia, uma vez que permitiu a visualização da situação e facilitou a construção mental do que era pretendido.

Ao longo da realização da tarefa apercebi-me que recorreram a diferentes estratégias para registar a solução (desenho, tabela, texto).

O facto de as folhas de registo serem brancas permitiu-lhes que escolhessem qual a forma que queriam adotar para o registo das experiências que realizavam em busca da solução, e também permitiu que eu pudesse conhecer quais as formas mais utilizadas para registarem a informação. Relativamente a este problema grande parte dos alunos recorreu ao desenho.

Através das conversas realizadas pude constatar que alguns deles não sabiam explicar o motivo da relação de regularidade entre o número de panos de cozinha e o número de molas, argumentando que: *“se é assim para um é assim para todos.”*

No que respeita à segunda parte do problema penso que praticamente todos os alunos compreenderam o que era pretendido e tentaram apresentar formas diferentes da apresentada inicialmente, à exceção de alguns alunos, que revelaram algumas dificuldades a nível da compreensão e acabaram por apresentar a mesma forma de pendurar os panos de cozinha.

Importa referir que houve alunos que apresentaram formas de pendurar os panos diferentes das que previ, como por exemplo, colocar 3 molas em cada pano; colocar 4 molas em cada pano e colocar 3 molas num pano, 5 em dois panos, 7 em 3 panos, ou seja, a cada pano colocado acrescentam-se 2 molas.

Agora que estou a refletir sobre a minha prática sinto que poderia ter tirado ainda mais partido desta tarefa e do próprio estendal colocado na sala se tivesse colocado a questão ao contrário, ou seja: *“Se tivermos um determinado número de molas, quantos*

panos de cozinha é que podemos pendurar?”, bem como generalizar para outras opções de pendurar.

Em suma, a tarefa foi bem-sucedida e a discussão final, realizada em grande grupo, foi muito interessante pois os alunos puderam apresentar à turma as suas conclusões. Durante a discussão fui sempre incentivando os alunos a verbalizar as suas descobertas e recorri sempre ao estendal para demonstrar as diferentes formas de colocação dos panos. Penso que esta tarefa foi um contributo para o desenvolvimento do raciocínio indutivo e dedutivo dos alunos e também para o desenvolvimento do pensamento algébrico, preparando os alunos para a aprendizagem da álgebra.

Tarefa 5 – Ovos em caixas – 22 de janeiro de 2013 (adaptado de Vale, Fão, Fonseca, Geraldês, Gigante, Lima & Pimentel, 2006 p.14).

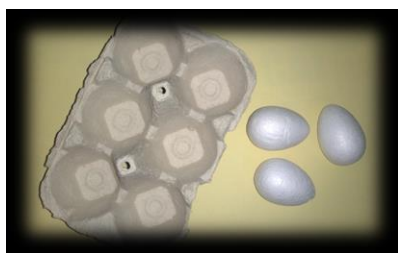
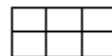


Figura 4 - Material disponível para a realização da tarefa 5

1- O Ulisses tinha uma galinha que ainda não punha ovos. Certo dia, o Ulisses encontrou um ovo na capoeira e levou-o para casa. Ao chegar à cozinha reparou que a caixa dos ovos estava vazia.



De quantas maneiras diferentes é que o Ulisses podia arrumar o ovo na caixa?

1.1- No dia seguinte, o Ulisses apanhou mais um ovo na capoeira. De quantas maneiras diferentes pode ele arrumar os 2 ovos?

1.2- E se fossem 3 ovos, de quantas maneiras diferentes os poderia colocar na caixa?

Os alunos resolveram primeiro a alínea 1; depois a alínea 1.1 e só depois a alínea 1.2. O problema pode ser resolvido com recurso a várias estratégias como a seguir se apresentam.

❖ *Fazer uma lista organizada*

1	2	3
4	5	6

1	2	3
4	5	6

1	2	3
4	5	6

1	2	3
4	5	6

1	2	3
4	5	6

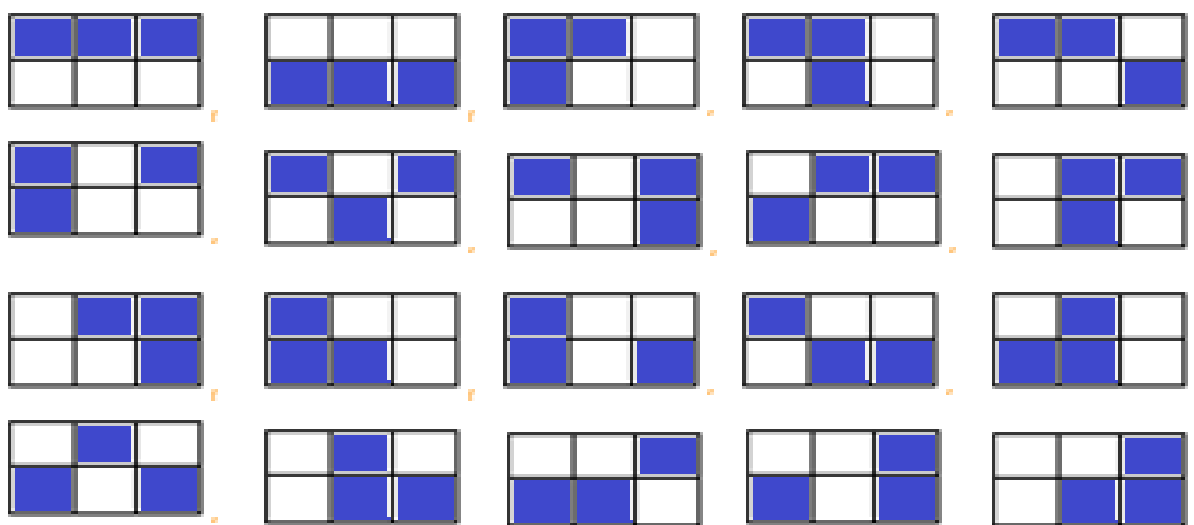
1	2	3
4	5	6

❖ *Fazer uma lista organizada*

1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2,3	2,4	2,5	2,6	3,4
3,5	3,6	4,5	4,6	5,6

❖ *Disposição horizontal, vertical e diagonal*

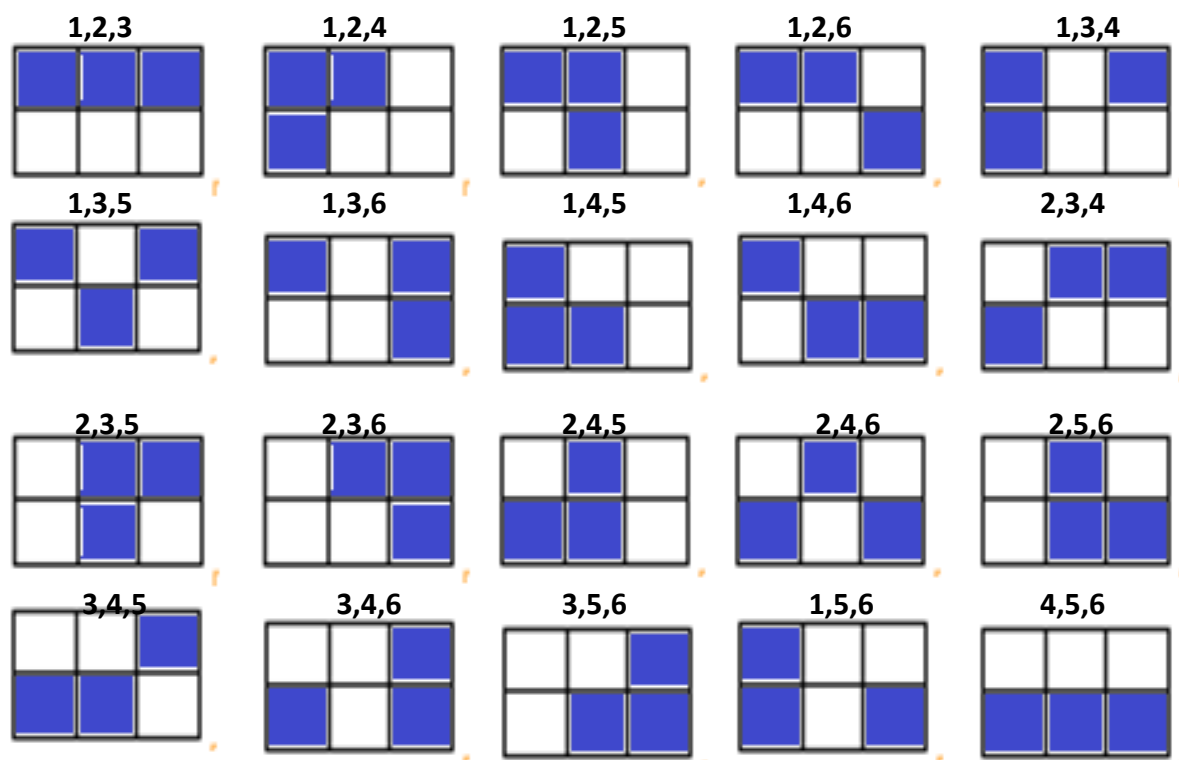
❖ *Disposição espacial*



Resposta alínea 1: O Ulisses podia arrumar um ovo na caixa de 6 maneiras diferentes.

Resposta alínea 1.1: O Ulisses podia arrumar dois ovos na caixa de 15 maneiras diferentes.

❖ *Fazer uma lista organizada*



Resposta alínea 1.2: O Ulisses podia arrumar três ovos na caixa de 20 maneiras diferentes.

Introdução da tarefa.

A tarefa “Ovos em caixas” foi integrada de forma articulada na planificação da semana de 21 a 23 de janeiro de 2013, enquadrada no tema do dinheiro. Na segunda-feira os alunos exploraram a ilustração da obra “As moedas de ouro de Pinto Pintão”, de Alice Vieira.

Para a realização da tarefa distribuí o material por cada aluno, neste caso uma caixa de ovos vazia e um ovo de esferovite.

Numa primeira fase, os alunos exploraram o material livremente. À medida que recebiam o material questionavam-se sobre o que iria acontecer. De seguida, entreguei uma folha com o enunciado da tarefa, folha que se encontrava estruturada para o registo das soluções. Solicitei a leitura da tarefa, em voz alta, por um aluno. Concluída a leitura pedi-lhe que me explicasse em que consistia o problema e quais as condições descritas. Repeti este processo com mais um aluno e, seguidamente, realizei a leitura da tarefa e, novamente, questionei os alunos sobre o que era pretendido de modo a verificar se, aparentemente, todos tinham compreendido o que era pretendido. Pretendia-se que os alunos descobrissem de quantas maneiras diferentes é que o Ulisses podia arrumar um ovo numa caixa vazia. O registo das soluções era realizado à medida que os alunos encontravam cada solução.

Na continuação do problema, os alunos tinham que descobrir de quantas maneiras diferentes é que o Ulisses poderia arrumar dois ovos e numa terceira fase três ovos. No mesmo dia da realização da tarefa, durante o intervalo da manhã, convoquei alguns alunos para, individualmente, refletirem e me explicarem o seu raciocínio.

Reflexão.

Os alunos não apresentaram dificuldades na compreensão do problema e mais uma vez noto que a utilização de material concreto foi essencial para facilitar a construção do problema.

Penso que o facto das folhas de registo serem estruturadas facilitou a apresentação da resposta dos alunos, apesar de ainda demonstrarem pouca organização na apresentação das diferentes soluções. Ficaram “libertos” da representação da caixa.

O objetivo principal desta tarefa era desenvolver o pensamento sistemático e organizado dos alunos de modo a facilitar os processos de contagem. Na discussão final, realizada em grande grupo, em que foram discutidas todas as possibilidades de arrumar dois e três ovos sugeri a numeração das cavidades da embalagem de modo a incentivar os alunos a, progressivamente, sentirem necessidade de proceder organizadamente.

Penso que poderia ter explorado ainda mais esta tarefa com os alunos se tivesse proposto a exploração da colocação de 4, 5 e 6 ovos. Esta exploração permitiria destacar a semelhança de algumas situações, como por exemplo, as possibilidades de arrumar 1 e 5 ovos são as mesmas (6 possibilidades), uma vez que o caso dos 5 ovos corresponde aos espaços vazios da situação de 1 ovo, o mesmo se passando para 2 e 4 ovos.

Análise de dados.

A análise dos dados qualitativos é um processo em movimento (Vale, 2004). Analisar é um processo de estabelecimento de ordem, estrutura e significado nos dados recolhidos “e começa no primeiro dia em que o investigador entra em cena” (p. 183).

A análise de dados é um processo importante pois permite conhecer o produto final na medida em que este dá resposta às questões levantadas no estudo. Segundo Bogdan e Biklen (1994) a análise de dados é

o processo de busca e de organização sistemático de transcrições de entrevistas, de notas de campo e de outros materiais que foram sendo acumulados, com o objectivo de aumentar a sua própria compreensão desses mesmos materiais e de lhe permitir apresentar aos outros aquilo que encontrou (p.205).

Vale (2004) sugere algumas recomendações na construção das categorias de análise: *a) devem refletir o propósito da investigação; b) devem ser exaustivas; c) devem ser mutuamente exclusivas; d) devem ser independentes e e) todas devem resultar de um princípio simples de classificação.*

Bogdan e Biklen (1994) afirmam que “ser-se investigador significa interiorizar-se o objectivo da investigação, à medida que se recolhem os dados no contexto” (p.128)

Após a implementação das tarefas procedeu-se à organização dos dados para melhor interpretação dos mesmos. As categorias de análise foram organizadas com base

nas questões que orientam o estudo e na revisão da literatura: desempenho na resolução da tarefa, raciocínio e esquemas de justificação.

Algumas das categorias são divididas em sub-categorias, as quais são apresentadas no quadro 1.

<i>A) Desempenho na resolução da tarefa</i>	Lê corretamente o problema (compreende)	
	Estratégia de resolução de problemas utilizada	
	Procede de forma organizada na implementação da estratégia (registo e/ou descrição oral)	
	Resolve completamente o problema	
	Resolve parcialmente o problema	
	Não resolve o problema	
	Indica uma resposta adequada	
<i>B) Raciocínio</i>	<i>Tipos de raciocínio</i>	Indutivo
		Dedutivo emergente (Baroody, 1993)
	<i>Níveis de raciocínio (adaptado de Krulik & Rudnik, 1999)</i>	Básico Tradução de “basic”
		Crítico Tradução de “critical”
		Criativo Tradução de “creative”
<i>C) Esquemas de justificação</i>	Por convicção externa	
	Empírico	
	Analítico emergente (Harel & Sowder, 1998; Plaxco, 2011)	

Quadro 1 - Categorização dos dados

Calendarização.

O estudo foi desenvolvido em três fases.

Tabela 2 - Calendarização do estudo

Período	Fases do estudo
outubro e novembro de 2012	Acesso aos participantes Definição do problema e questões Pedido de autorização aos Encarregados de Educação Pesquisa bibliográfica Escolha das tarefas
dezembro de 2012 e janeiro de 2013	Pesquisa bibliográfica Construção de materiais manipuláveis Implementação das tarefas Análise dos dados recolhidos
dezembro de 2012, janeiro, fevereiro e março de 2013	Análise dos dados recolhidos Redação do relatório

A primeira fase do estudo decorreu entre outubro e novembro de 2012 e neste período foi realizado o acesso aos participantes. Este acesso foi iniciado através das três semanas de observação e continuou nas restantes doze de intervenção pedagógica. Durante esta fase foi delineado o problema e as questões que o sustentavam. Depois do estudo planeado procedeu-se à pesquisa bibliográfica relacionada com a temática específica, bem como, à seleção da metodologia de investigação a utilizar. Foi ainda formalizado o acesso aos participantes através da concessão das autorizações dos encarregados de educação (Anexo C) para a realização dos registos audiovisuais. Seguiu-se a escolha/adaptação das tarefas de acordo com os temas a abordar. A segunda fase do estudo decorreu entre dezembro de 2012 e janeiro de 2013 e caracterizou-se pela construção de materiais para as tarefas e pela implementação das mesmas. Ao longo da implementação foram sendo analisados os dados recolhidos e continuada a pesquisa bibliográfica.

A última fase do estudo decorreu até ao final de março de 2013 e consistiu na análise e interpretação dos dados recolhidos, tendo-se dado continuidade à redação do relatório e conclusão do mesmo.

Apresentação e análise dos dados

Nesta secção apresentam-se os casos do estudo.

Em cada caso descreveu-se as tarefas e o desempenho, o tipo de raciocínio, os esquemas de justificação e as dificuldades que as alunas manifestaram. No final de cada caso apresenta-se uma síntese. No final da secção apresenta-se uma síntese comparativa dos três casos.

Caso Carlota.

Tarefa 1.

Da análise da resolução realizada pela Carlota pode-se afirmar que esta demonstrou ler corretamente o problema. Começou por manipular o material disponível realizando tentativas segundo os dados do problema. Colocava presentes nos sacos e ia registando os números utilizados de modo a não repetir o número de presentes nos sacos.

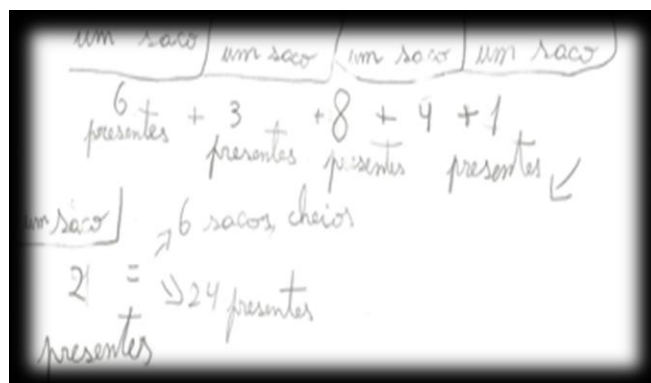


Figura 5 - Resolução da Carlota segundo tentativas de acordo com os dados do problema

Como é possível verificar pela análise da resolução (Figura 5), não procedeu de forma organizada, uma vez que não começou por colocar 1 presente num saco, 2 no saco seguinte e assim sucessivamente. Porém, ao longo da resolução, quando confrontada com situação de repetição do número de presentes nos sacos, demonstrou possuir a capacidade de reorganizar a distribuição dos presentes pelos sacos que possuíam um

número igual de presentes, não tendo necessidade de recomeçar a distribuição dos presentes.

A aluna volta a manipular o material e apercebe-se que realizando algumas trocas pode encontrar outra forma de distribuir os presentes. Assim, tendo sempre presente as condições do problema, Carlota realiza tentativas para a distribuição dos presentes e regista os resultados de uma forma diferente, numa tabela (Figura 7). Depois de ter encontrado a segunda solução, optou por mudar de estratégia, desligando-se do material e baseando-se apenas nos cálculos.

2 presentes	um saco
6 presentes	um saco
5 presentes	um saco
1 presentes	um saco
7 presentes	um saco
3 presentes	um saco

Figura 7 - Nova proposta de arrumação dos presentes

$$\begin{array}{r}
 1+9 + 5+4 + 3+2 \\
 \checkmark \quad \checkmark \quad \checkmark \\
 10 + 9 + 5 = 24
 \end{array}$$

Figura 6 - Procura de uma nova solução

Carlota e

Um mais... tive que pôr o nove porque o sete não dava, porque senão ia... cinco mais quatro dá nove e um mais nove dá dez é igual a de... dois para me dar cinco. Dezanove mais cinco vinte e quatro. (4... tarefa1).

Não é claro porque é que a aluna refere a repetição do número quatro. Quer optasse pelo “5+4” como fez, quer pelo “5+2”, no global a hipótese ia ser coincidente.

Carlota resolve completamente a tarefa e indica uma resposta adequada, uma vez que apresenta todas as soluções possíveis para a distribuição dos presentes pelos sacos. Através da observação da resolução da aluna pode verificar-se que ela recorre ao raciocínio dedutivo emergente para proceder à resolução da tarefa, uma vez que, a aluna parte das condições do problema para testar hipóteses de arrumação dos presentes e tem a certeza dessa hipótese estar correta (Baroody, 1993).

Carlota demonstrou saber justificar o motivo de não existirem outras soluções para além das encontradas. A sua justificação prende-se com as condições do problema e a segunda solução apresentada pela aluna (Figura 7) parece revelar que considerou para os dois últimos sacos, onde faltava distribuir dez presentes, todas as possibilidades ou várias possibilidades, tendo eliminado aquelas em que surgiam repetições dos números que já tinha utilizado anteriormente, como por exemplo, $8+2$; $9+1$; $6+4$; $5+5$.

Primeiro pus dois presentes e depois para me dar oito pus seis. Como oito mais cinco dá treze pus mais um e dava catorze. E depois faltavam distribuir dez presentes e como sete mais três são dez pus sete num saco e três no outro porque eram os números que ainda não tinha utilizado. (Carlota, 4 de dezembro de 2012, tarefa 1).

Considera-se por isso que a aluna sustentou a sua opção com base num raciocínio crítico, como é referido por Krulik e Rudnik (1999), pois teve a capacidade de avaliar todas as condições do problema e tê-las sempre presentes na organização dos dados e também com base num raciocínio criativo, uma vez que depois de ter encontrado uma solução manipulou o material de modo a encontrar uma nova solução que verificasse as condições do problema. Penso que o material foi muito importante na sustentação do raciocínio e que a Carlota começa a sustentar as suas opções e a entrar no esquema de justificação analítico emergente (Plaxco, 2011). Tendo em conta o que é referido por Harel e Sowder (1998) a Carlota atende às condições da tarefa na apresentação de hipóteses, como foi possível verificar na justificação que deu na apresentação da segunda solução. Na continuação da tarefa, em que os alunos teriam de distribuir os presentes de forma equitativa, a aluna demonstra facilidade de raciocínio, mais uma vez atendendo às condições da tarefa, pois explica que para colocar o mesmo número de presentes em cada saco teriam de ser colocados quatro presentes em cada saco pois: “quatro mais quatro são oito, e quatro mais quatro são oito e quatro mais quatro também são oito e oito mais oito mais oito dá vinte e quatro.” (Carlota, 4 de dezembro de 2012, tarefa 1), revelando possuir conhecimentos sobre os números e a adição. Ficou por esclarecer como é que a Carlota se lembrou de colocar quatro presentes em cada saco. A aluna não demonstrou qualquer tipo de dificuldade ao longo da resolução da tarefa.

Tarefa 2.

A Carlota leu corretamente o problema pois respondeu ao que era pretendido, indicando uma resposta adequada. Para resolver a tarefa a aluna recorreu à realização de uma lista organizada (Figura 8). Através da análise da resposta pode verificar-se que a aluna procede de forma organizada.



Figura 8 - Solução apresentada pela Carlota

De modo a justificar a solução encontrada explica que:

[Se] São quatro fitas e só temos três gorros, então fica quatro mais quatro mais quatro, porque cada fita vai estar em cada gorro e como são três gorros é três vezes o quatro que são as fitas. (Carlota, 5 de dezembro de 2012, tarefa 2).

Considera-se que a Carlota sustentou a sua opção com base num raciocínio crítico, (Krulik & Rudnik, 1999), pois teve a capacidade de avaliar as condições do problema e tê-las sempre presentes na organização dos dados de modo a cruzar todos os gorros com todos os cachecóis disponíveis.

Penso que o material foi um fator muito importante na sustentação do raciocínio. A Carlota começou a sustentar as suas opções e a entrar no esquema de justificação analítico emergente. Tendo em conta o que é referido por Harel e Sowder (1998) e Plaxco (2011) a aluna atende às condições da tarefa na apresentação da resposta, como é possível verificar através da justificação dada. Na sua justificação explica também que a operação de adição pode ser convertida numa operação de multiplicação: três gorros vezes quatro cachecóis, o que demonstra conhecimento de possíveis relações entre as operações aritméticas.

Através da observação da resolução pode verificar-se que ela recorre ao raciocínio dedutivo para proceder à resolução da tarefa, uma vez que, a aluna parte da informação sobre o conjunto de gorros e cachecóis para apresentar todas as hipóteses de combinação dos gorros e dos cachecóis, combinando cada um dos gorros com cada um dos cachecóis, experimental e organizadamente, obtém uma conclusão que decorre do que conhece (Baroody, 1993). A sua fala parece “formatada” pelo “se... então...”, uma forma de raciocínio dedutivo: “[Se] São quatro fitas e só temos três gorros, então fica quatro mais quatro mais quatro, porque cada fita vai estar em cada gorro e como são três gorros é três vezes o quatro que são as fitas. “

Durante a resolução da tarefa a aluna não demonstrou qualquer tipo de dificuldade.

Tarefa 3.

A Carlota leu corretamente o problema, demonstrando ter compreendido o que era pretendido. Para a resolução da tarefa a aluna caso recorreu ao desenho.

Primeiro desenhei oito pastas de chocolate como diz aqui e como cada pasta tem seis... seis quadrinhos, peguei nos seis de uma pasta e dividi em três. E três mais três, três mais três, três mais três, três mais três, três mais três, três mais três, três mais três, três mais três, é igual a dezasseis. [saquinhos de guloseimas que pode preparar] (Carlota, 11 de dezembro de 2012, tarefa 3)



Figura 9 - Descoberta do número de sacos de guloseimas que poderiam se preparados com as pastas de chocolate compradas

Assim, desenhou o total de pastas de chocolate disponíveis para a preparação dos sacos de guloseimas e subdividiu-as em conjuntos de três quadrados de chocolate que, segundo ela “são os três quadrinhos que cada menino tem de ter” (11 de dezembro de 2012, tarefa 3). Como é referido pela aluna é possível preparar 16 sacos de guloseimas, cada um com 3 quadrinhos de chocolate. Procedeu da mesma forma para saber

quantos sacos de guloseimas poderiam ser preparados com as três embalagens de Pais Natal compradas.

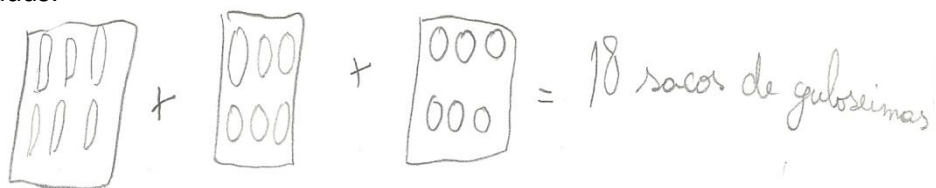


Figura 10 - Descoberta do número de sacos de guloseimas que poderiam ser preparados com as embalagens de Pais Natal compradas

Eu peguei nas três embalagens de Pais Natais e ... desenhei. E cada saco tem seis Pais Natais, e como cada menino tem de receber um Pai Natal ... contei (...) e deu-me dezoito sacos de guloseimas. (Carlota, 11 de dezembro de 2012, tarefa 3).

Relativamente à descoberta do número de sacos de guloseimas que poderiam ser preparados com os sacos de rebuçados comprados, a Carlota recorreu novamente ao desenho (Figura 11).

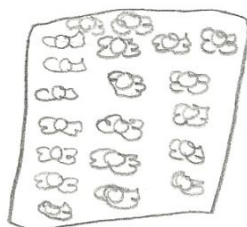


Figura 11 - Saco de rebuçados

Depois de desenhar os dois sacos de rebuçados que tinham sido comprados a aluna realizou a sua contagem um a um, verificando que um saco de rebuçados continha 20 rebuçados. Como cada saco de guloseimas tinha de ter dois rebuçados fez a contagem dos rebuçados dois a dois verificando que um saco de rebuçados continha rebuçados para preparar 10 sacos de guloseimas.

E depois no outro saco era igual. Davam os dois para dez [sacos de guloseimas] e como dez mais dez são vinte, são vinte sacos de guloseimas. (Carlota, 11 de dezembro de 2012, tarefa 3).

Na resposta dada a aluna indica o número de sacos de guloseimas que podem ser preparados (16), bem como as guloseimas que sobram (Figura 12).

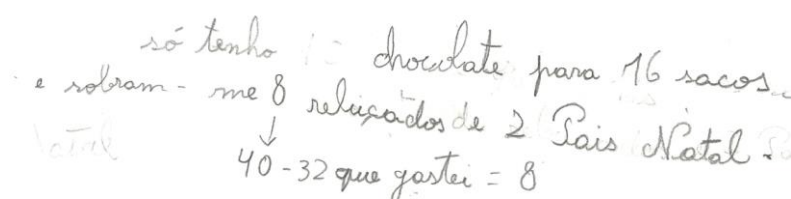


Figura 12 - Resposta dada pela Carlota à tarefa 3

Carlota justifica a sua resposta explicando que:

Cada saco leva dois [rebuçados], então dezasseis mais dezasseis dá ... trinta e dois. É quarenta menos trinta e dois que gastei, sobram oito rebuçados. (Carlota, 11 de dezembro de 2012, tarefa 3).

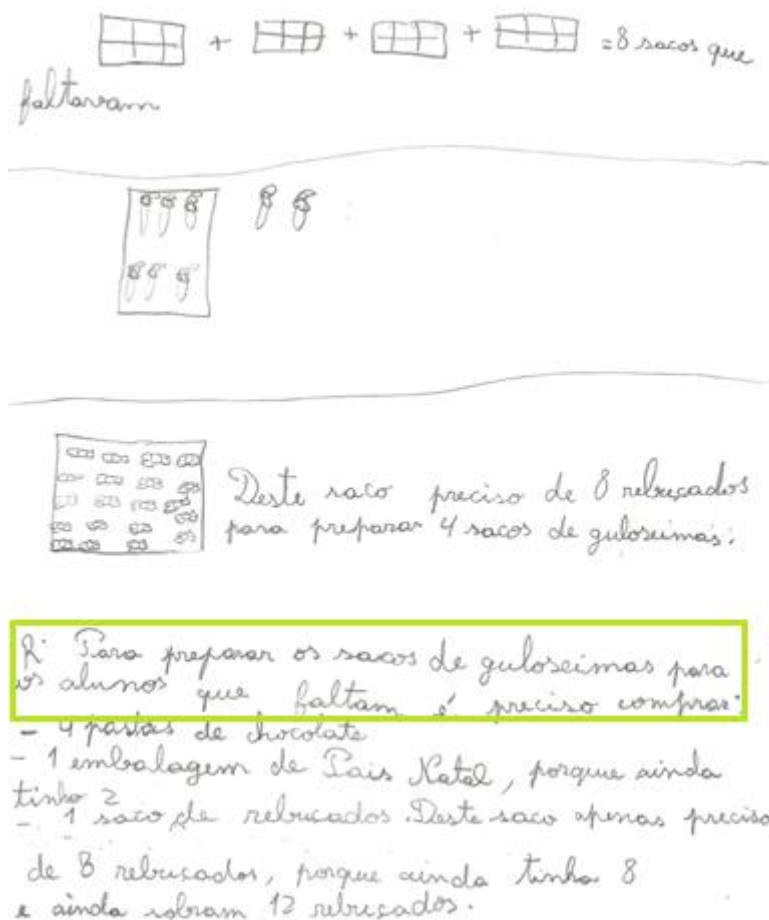


Figura 13 - Resposta dada pela Carlota à segunda parte da tarefa 3

Como é possível constatar a Carlota procede de forma organizada e indica uma resposta adequada, resolvendo a tarefa completamente.

Na continuação da tarefa, pretendia-se saber "o que é necessário comprar para preparar os sacos de guloseimas para todos os alunos?". A Carlota indicou apenas o que seria necessário comprar para preparar os oito sacos de guloseimas que faltavam (destacado a verde na resolução da aluna), uma vez que na primeira parte da tarefa já tinham sido preparados dezasseis sacos de guloseimas.

Assim, a aluna apresenta as guloseimas que seria necessário comprar, com recurso a um desenho, bem como apresenta uma resposta por escrito, na qual explica com muita clareza o seu raciocínio (Figura 13).

Como é possível constatar todas as justificações apresentadas pela Carlota prendem-se com as condições do problema. Assim, e tendo em conta todos os dados apresentados, considera-se que a aluna sustentou as suas opções com base num raciocínio crítico, (Krulik & Rudnik, 1999), pois teve a capacidade de avaliar as condições do problema e tê-las sempre presentes na organização dos dados de modo a estabelecer a relação entre as guloseimas compradas e a sua distribuição pelos sacos de guloseimas a preparar. Demonstrou capacidade de pensamento reflexivo, (Krulik & Rudnik, 1999), pois justificou os seus procedimentos com base nos dados do problema. Também se pode considerar que a aluna sustentou as suas opções com base num raciocínio crítico (Krulik & Rudnik, 1999), uma vez que foi capaz de explicar o seu raciocínio e demonstrar a veracidade do que afirmou.

Mais uma vez refiro que a Carlota começa a sustentar as suas opções e a manifestar posições do esquema de justificação analítico emergente (Plaxco, 2011). Tendo em conta o que é referido por Harel e Sowder (1998), Carlota atende às condições da tarefa e utiliza raciocínio e operações mentais para sustentar as suas afirmações. Pode verificar-se que consegue estabelecer, com facilidade, a relação entre o número total de guloseimas de cada tipo e o número de guloseimas de cada tipo por cada saco de guloseimas.

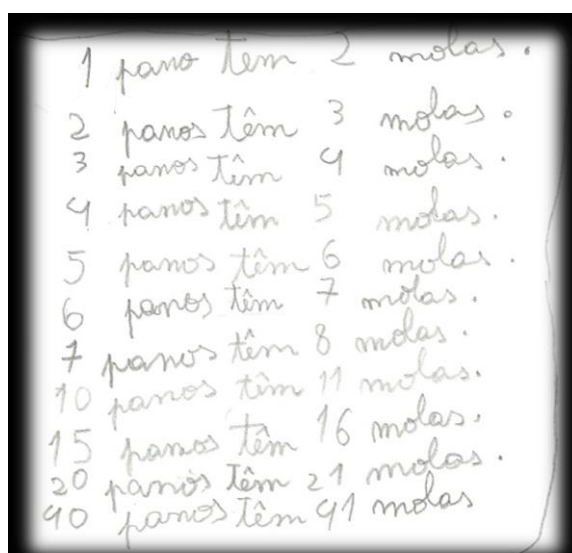
Através da observação da resolução da Carlota pode verificar-se que ela recorre ao raciocínio dedutivo emergente para proceder à resolução da tarefa, uma vez que, a aluna parte da informação sobre o número e tipo de guloseimas por cada saco de guloseimas para estabelecer a sua relação com o número total de guloseimas de cada tipo (Baroody, 1993). A sua fala parece “formatada” pelo “se... então...”, uma forma de raciocínio dedutivo:

[se] ... oito pastas de chocolate como diz aqui e ... dividi em três, e [então] três mais três, três mais três, três mais três, três mais três, três mais três, três mais três, três mais três, três mais três, [então] é igual a dezasseis [saquinhos de guloseimas que pode preparar] (Carlota 11 de dezembro de 2012, tarefa 3)

Durante a resolução da tarefa a aluna não demonstrou qualquer tipo de dificuldade.

Tarefa 4.

A Carlota leu corretamente o problema demonstrando ter compreendido o que era pretendido. Analisou a imagem apresentada no enunciado da tarefa, realizando a contagem do número de panos e do número de molas e quase imediatamente a seguir me chamou e disse: “é sempre mais uma mola” (Carlota, 15 de janeiro de 2013, tarefa 4). Assim, começou por registar o número de molas necessárias para pendurar 1 pano, depois 2, depois 3, e assim sucessivamente até 7 panos. Depois registou o número de molas necessárias para pendurar 10, 15, 20 e 40 panos de cozinha (Figura 14), demonstrando proceder de forma organizada.



1	pano	têm	2	molas.
2	panos	têm	3	molas.
3	panos	têm	4	molas.
4	panos	têm	5	molas.
5	panos	têm	6	molas.
6	panos	têm	7	molas.
7	panos	têm	8	molas.
10	panos	têm	11	molas.
15	panos	têm	16	molas.
20	panos	têm	21	molas.
40	panos	têm	41	molas.

Figura 14 - Registo da Carlota sobre a relação entre o número de panos de cozinha e o número de molas

A aluna justifica a descoberta explicando que:

Um pano tem duas molas, porque contei na figura e depois notei que se tivermos, por exemplo, dois panos temos três molas porque o número de molas é sempre mais um do que o número de panos. Porque um pano tem duas molas mas se for dois panos uma mola fica a segurar os dois e depois tem uma mola numa ponta e outra na outra.” (Carlota, 15 de janeiro de 2013, tarefa 4).

A conjectura dada pela aluna é registada na sua resposta, como é possível ver na figura abaixo.

R: O número de molas é sempre mais 1 do que o número de panos.

Figura 15 - Resposta da Carlota à tarefa 4

Como é possível constatar a Carlota resolve a tarefa completamente apresentando uma resposta adequada. Na continuação da tarefa recorreu ao desenho para apresentar outras formas possíveis de colocar os panos de cozinha a secar, como é possível ver pela Figura 16. Além do desenho a Carlota apresenta ainda, na folha de registo, a relação entre o número de panos e o número de molas para alguns casos.

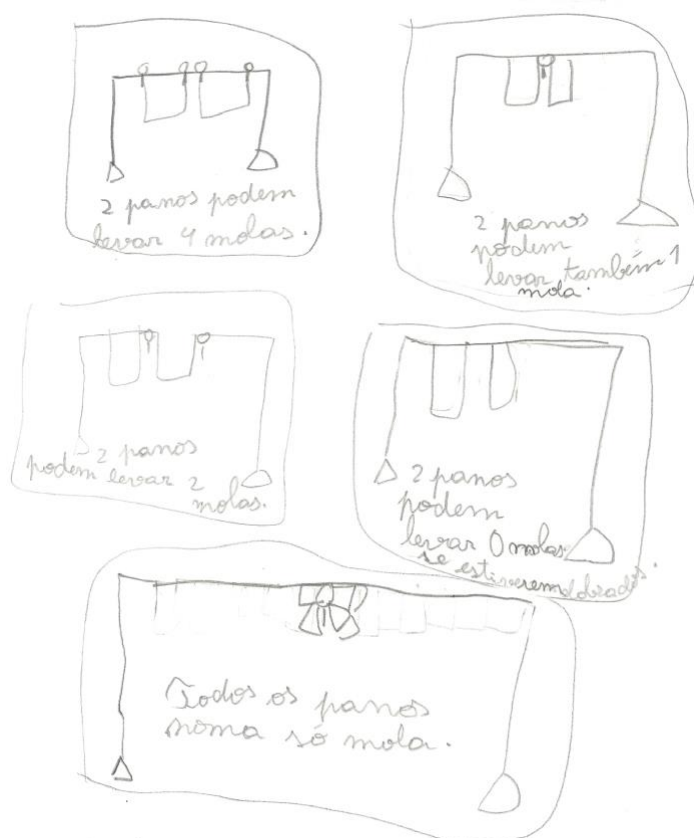


Figura 16 - Possíveis formas de estender os panos de cozinha

Eu pus primeiro dois panos e depois em vez de juntar os panos separei-os e assim cada pano tem duas molas; depois pus dois panos mas um bocadinho mais juntos porque esses dois panos só tinham uma mola a segurá-los; depois pus outros dois panos mas esses dois

panos tinham duas molas: uma no meio e outra no outro lado; depois pus que os panos podem levar zero molas se estiverem dobrados e depois pus uma mola só para todos os panos. (Carlota, 15 de janeiro de 2013, tarefa 4).

Tendo em conta a justificação dada pela aluna sobre a relação entre o número de molas e o número de panos, na parte um da tarefa e no modo como explicou possíveis formas de estender os panos de cozinha, pode considerar-se que a aluna sustentou as suas opções com base num raciocínio crítico, (Krulik & Rudnik, 1999), pois teve a capacidade de examinar com cuidado os aspetos da tarefa, mais concretamente a imagem apresentada no enunciado e o próprio estendal colocado previamente na sala (Figura 17) de modo a extrair a informação relevante para solucionar a tarefa.



Figura 17 - Estendal colocado na sala de aula

Pode considerar-se que a aluna sustentou as suas opções com base num raciocínio criativo (Krulik & Rudnik, 1999), pois teve a capacidade de apresentar outras formas de colocar os panos de cozinha no estendal.

Mais uma vez refiro que a Carlota começa a manifestar que se enquadra no esquema de justificação analítico emergente (Plaxco, 2011). Tendo em conta o referido por Harel e Sowder (1998) ela consegue justificar de forma válida a sua conjectura, ou seja, recorre à análise da imagem apresentada para estabelecer a relação funcional entre o número de molas e o número de panos de cozinha, não necessitando de realizar desenhos e contagem de elementos. Apenas utiliza o raciocínio para resolver esta tarefa.

Verifica-se que estabeleceu, com facilidade, a relação funcional entre o número de molas e o número de panos de cozinha. Recorreu ao raciocínio indutivo para proceder à resolução da tarefa, uma vez que, parte dos dados presentes na imagem, descobre um aspeto comum entre os números (Baroody, 1993) e depois estabelece uma relação geral entre qualquer número de panos de cozinha e número de molas, explicando porque é que a conjectura: “é sempre mais uma mola” (Carlota, 15 de janeiro de 2013, tarefa 4) é

válida. Durante a resolução da tarefa a aluna não demonstrou qualquer tipo de dificuldade.

Tarefa 5.

Na primeira parte da tarefa a Carlota demonstrou ter lido corretamente o problema e possuir capacidade de organização de informação, uma vez que recorre a uma lista organizada para resolver a tarefa. Porém a sua organização é um pouco peculiar, pois Carlota representa as diferentes formas de colocar um ovo numa caixa de um modo organizado, mas seguindo um registo vertical, orientado pela ordem das cavidades. Isto quer dizer que a aluna não utilizou toda a primeira linha da folha de registo para registar as soluções, optando por registar a primeira maneira na primeira linha, a segunda maneira na segunda linha, logo abaixo da primeira; a terceira maneira na primeira linha ao lado da primeira maneira; a quarta maneira na segunda linha abaixo da terceira maneira e ao lado da segunda; a quinta maneira na primeira linha ao lado da terceira e a sexta maneira na segunda linha abaixo da quinta e ao lado da terceira (Figura 18).

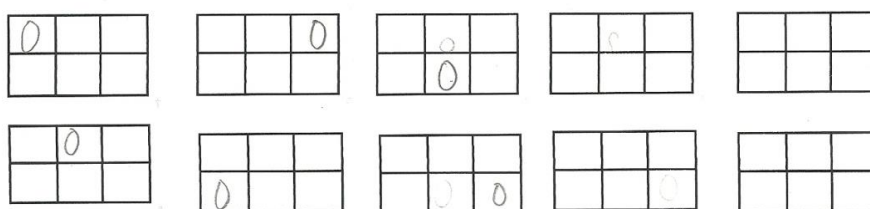


Figura 18 - Resolução da Carlota - parte I da tarefa 5

Em síntese a aluna registou as maneiras ímpares na primeira linha (solução 1, 3 e 5) e as maneiras pares na segunda linha (solução 2, 4 e 6). Para justificar como encontrou todas as formas de arrumar um ovo disse:

Eu primeiro contei os buracos da caixa. E tinha seis, e como eu só tinha um ovo pus o ovo em cada um dos buracos: no primeiro, no segundo, no terceiro, no quarto, no quinto e no sexto. (22 de janeiro de 2013, tarefa 5)

Nesta primeira parte da tarefa a aluna caso apresenta uma resposta adequada e resolve completamente a tarefa. Na segunda parte da tarefa pretendia-se que os alunos indicassem todas as maneiras possíveis de arrumar 2 ovos numa caixa.

A Carlota voltou a manipular o material (Figura 19) e a cada nova forma que encontrava registava-a na folha de registo.



Figura 19 - Carlota a manipular o material na procura de soluções para a colocação de 2 ovos

Desta vez, a Carlota não procedeu de forma organizada, o que poderia ter ajudado a ter a certeza de ter encontrado todas as possibilidades de arrumar os ovos na caixa e para explicar as diferentes maneiras encontradas começa por justificar que:

Eu pensei no primeiro e no segundo buracinho, no um e no dois; depois pensei no dois e no três; depois pensei no um e no quatro que é no primeiro e no outro em baixo; depois pus assim em diagonal e depois ao contrário e depois pus os dois no meio um em cima e outro em baixo. (22 de janeiro de 2013, tarefa 5)

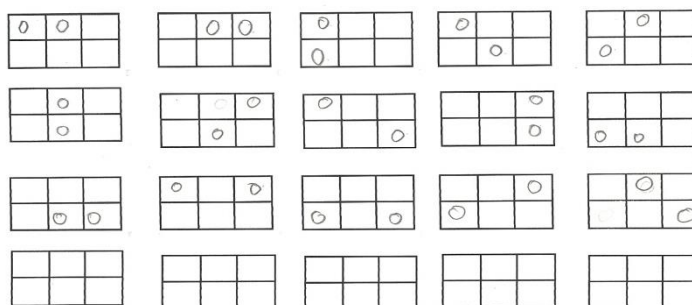


Figura 20 - Resolução apresentada pela Carlota - parte II tarefa 5

A Carlota começa por colocar os ovos na horizontal, na 1ª linha mas sem esgotar todas as possibilidades, passa para uma disposição vertical seguida de disposição diagonal e a “correspondente reflexa”. Parecia que ia usar um referente geométrico (horizontal, vertical, diagonal) para resolver o problema e garantir a existência das quinze soluções, mas não o fez de modo organizado nem exaustivo.

Como é possível constatar, quer pela justificação quer pela resolução apresentada a Carlota não procede de forma organizada e quando questionada: “Como sabes que tens

todas as maneiras? Como sabes que não falta nenhuma?”, a aluna responde: “Eu acho que já experimentei todas... Acho que não falta nenhuma.” (22 de janeiro de 2013, tarefa 5). Apesar de não saber justificar se já encontrou todas as maneiras de arrumar dois ovos a Carlota apresentou todas as soluções possíveis para arrumar dois ovos (15 soluções).

Também na terceira parte do problema, em que os alunos deveriam apresentar todas as soluções possíveis para arrumar três ovos a Carlota não procedeu de forma organizada.

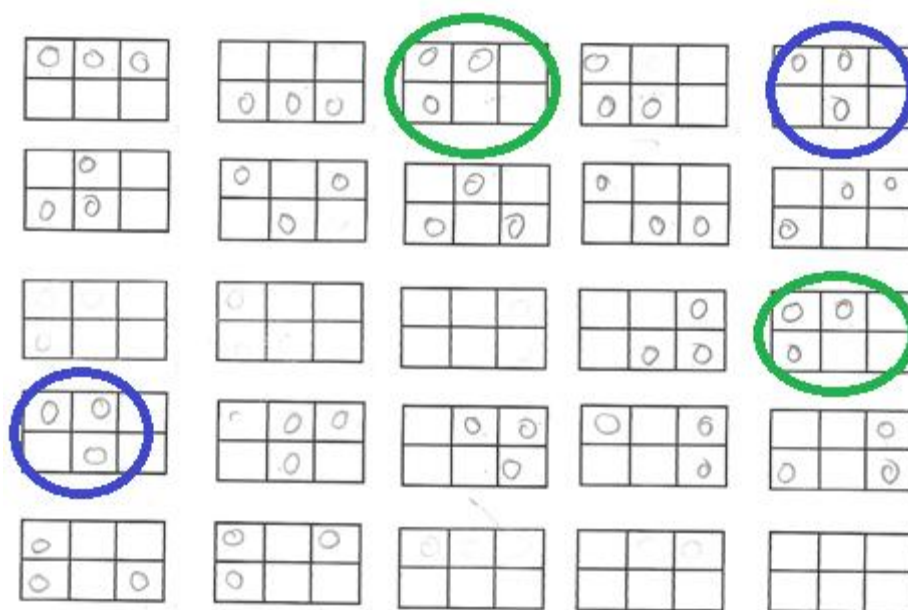


Figura 21 – Proposta da Carlota para a arrumação dos 3 ovos

Como é possível constatar através da análise da resolução, a aluna começa por dispor os ovos na horizontal ocupando as posições 1,2 e 3 e depois as posições 4,5 e 6. Porém da terceira (1,2,4) para a quarta maneira (1,4,5) a Carlota apenas altera uma posição, mas acaba por passar a hipótese 1,3,4 à frente. Desta forma conclui-se que não procedeu de forma organizada de modo a saber quais as disposições que tinha encontrado e também de modo a não repetir hipóteses. Nesta última parte da tarefa a aluna não resolve completamente a tarefa e não encontra todas as soluções possíveis (20 soluções). Como se pode constatar repete a disposição 1,2,4 (verde) e a disposição 1,2,5 (azul). Para resolver completamente a tarefa faltavam-lhe encontrar as disposições 1,2,6; 2,5,6; e 3,4,5.

Tendo em conta que a Carlota não soube justificar como poderia garantir que tinha descoberto todas as soluções possíveis para arrumar dois ovos e visto que não encontrou todas as soluções para arrumar três ovos pode considerar-se que sustentou as suas opções com base num raciocínio básico (Krulik & Rudnik, 1999), pois teve a capacidade de compreender o que se pretendia, apesar de não chegar a todas as soluções, e também por não proceder de forma organizada.

Nesta tarefa pode a aluna Carlota não soube justificar as suas opções para além das experiências. Assim, considera-se que se encontra no esquema de justificação empírico no que, de acordo com Harel e Sowder (1998), os alunos aceitam a validade de uma hipótese com base em perceções visuais:

Eu acho que já experimentei todas... Acho que não falta nenhuma. (Carlota, 22 de janeiro de 2013, tarefa 5).

Porém, também se pode considerar que a aluna manifestou entrar no esquema de justificação analítico emergente (Plaxco, 2011) na primeira parte desta tarefa, uma vez que a aluna atende às condições da tarefa na apresentação da resposta, como é possível verificar através da justificação dada: “Eu contei os buraquinhos... e pus o ovo em cada um [deles]. (22 de janeiro de 2013, tarefa 5). Assim nesta alínea a Carlota revelou um raciocínio crítico (Krulik & Rudnick, 1999) pois teve a capacidade de avaliar todas as condições do problema e tê-las sempre presentes na organização dos dados.

Durante a resolução da tarefa a aluna demonstrou dificuldade de organização dos registos, que talvez reflitam dificuldade em “arrumar” o pensamento para experimentar de forma organizada. Nota-se que não foi dada qualquer indicação sobre o modo de apresentar os registos. Demonstrou também dificuldades em listar todas as soluções.

Síntese.

Observando o quadro síntese (Quadro 2) concluiu-se que a Carlota teve um desempenho positivo na resolução das tarefas, uma vez que compreendeu o problema e resolveu todas as tarefas completamente, excepto uma delas, indicando uma resposta adequada.

Parece que o facto de proceder organizadamente ajuda a Carlota a atingir com mais facilidade o esquema de justificação analítico emergente (Plaxco, 2011). Tendo em

conta o que referem Stylianou, Chae e Blanton (2006) parece existir uma relação entre os esquemas de justificação e as estratégias de resolução utilizadas pela aluna, uma vez que sempre que a aluna se encontra no esquema de justificação analítico emergente utilizou uma estratégia de resolução de problemas que lhe permitiu organizar os dados, como por exemplo, desenho, lista organizada e tentativas segundo os dados do problema.

Categorias		T1	T2	T3	T4	T5
Desempenho na resolução da tarefa	Lê corretamente o problema (compreende)	X	X	X	X	X
	Procede de forma organizada (registo e/ou descrição oral)	X	X	X	X	
	Resolve completamente	X	X	X	X	
	Resolve parcialmente					X
	Não resolve					
	Indica uma resposta adequada	X	X	X	X	X
Estratégia de resolução de problemas utilizada	Desenho			X	X	
	Tentativa segundo os dados do problema	X				X
	Lista organizada		X		X	X
	Diagrama					
	Tabela	X				
Tipo de raciocínio (Baroody, 1993)	Raciocínio Indutivo				X	
	Raciocínio Dedutivo Emergente	X	X	X		
Níveis de raciocínio (Krulik & Rudnick, 1999)	Básico					X
	Crítico	X	X	X	X	X
	Criativo	X	—	—	X	—
Esquemas de justificação (Harel & Sowder, 1998; Plaxco, 2011)	Convicção externa					
	Empírico					X
	Analítico Emergente	X	X	X	X	
Dificuldades manifestadas	Compreensão					
	Organização					X
	Listar todas as soluções					X
	Manter as condições da tarefa ao longo da resolução					

Quadro 2 - Quadro síntese caso Carlota

Na tarefa 5 refiro-me apenas à primeira parte da tarefa. O nível de raciocínio parece também estar relacionado com o esquema de justificação, uma vez que sempre que a aluna atingiu o esquema de justificação analítico emergente demonstrou um raciocínio crítico (Krulik & Rudnick, 1999). A Carlota apenas manifestou dificuldades na tarefa 5, sendo elas relacionadas com o facto de não ter organizado o pensamento e não ter conseguido listar todas as soluções.

Por que razão não conseguiu organizar as experiências na 2ª e 3ª parte da tarefa? Precisaria de uma sugestão minha? Deveria tê-la dado? Precisaria de mais tempo para refletir? Na 3ª parte, a tarefa seria demasiado “complexa” para este nível etário, pelo número de variantes que tinha de considerar? Se tivesse conseguido organizar-se na 2ª parte, seguindo o referente geométrico que iniciou ou usado um referente numérico (1-2, 1-3, 1-4...), teria conseguido mais soluções? Estas são algumas questões que ficam sem resposta, mas que podem servir-me de orientação em intervenções futuras.

Através da análise do quadro síntese é possível constatar que o raciocínio dedutivo pode ser visível em níveis de escolaridade iniciais (Baroody, 1993).

Caso Luísa.

Tarefa 1.

Da análise da resolução realizada pela Luísa pode-se afirmar que esta demonstrou ler corretamente o problema. Começou por manipular o material disponível. Depois de explorar o material, a Luísa desliga-se dele, deixando-o em segundo plano, e baseia-se nos cálculos. Como é possível verificar pela análise da resolução, esta não procede de forma organizada, uma vez que não começa por colocar 1 presente num saco, 2 no saco seguinte e assim sucessivamente.

$$\begin{array}{r} 4 + 6 + 1 + 2 + 3 + 8 = \\ \underbrace{4 + 6}_{10} + \underbrace{1 + 2}_{3} + \underbrace{3 + 8}_{11} = \\ 10 + 3 + 11 = \\ \underbrace{10 + 3}_{13} + 11 = 24 \end{array}$$

Figura 22 - Formulação de hipóteses para a procura da solução

Porém a aluna, ao longo da resolução, quando confrontada com situação de repetição do número de presentes nos sacos, demonstra possuir a capacidade de reorganizar a distribuição dos presentes pelos sacos que possuíam um número igual de presentes não recomeçando a distribuição dos presentes por todos os sacos.

Apontando para o registo a Luísa explica que:

Eu fiz assim, peguei em quatro e juntei mais ... seis e deu-me dez e depois peguei no dez mais um que me deu onze, depois mais dois que me deu treze, mais três dezasseis e mais oito vinte e quatro. (Luísa, 4 de dezembro de 2012, tarefa 1)

O que a aluna explicou não coincide com o que tem escrito (Figura 22). Nota-se um desfasamento entre o que escreve e o que diz. Não se sabe se os números foram colocados por tentativa. O modo como explicita demonstra organização. Será que o facto de se ter pedido à Luísa para explicar como tinha pensado a ajudou a organizar o seu pensamento?

$$\begin{array}{r} 1+2+3+4+5+9= \\ \underbrace{\quad\quad}\quad\quad\underbrace{\quad\quad}\quad\quad\underbrace{\quad\quad} \\ 3\quad + \quad 7\quad + \quad 14 = \\ \underbrace{\quad\quad\quad} \\ 10\quad + \quad 14 = 24 \end{array}$$

também num raciocínio crítico uma vez que a aluna teve a capacidade de avaliar todas as condições do problema e tê-las sempre presentes na organização dos dados. Também se pode considerar que a aluna sustenta a sua opção com base num raciocínio criativo, uma vez que depois de ter encontrado uma solução efetuou cálculos, realizando algumas trocas, de modo a encontrar uma nova solução que verificasse as condições do problema. Luísa enquadra-se no esquema de justificação empírico (Harel & Sowder, 1998) pois não consegue encontrar uma justificação para garantir que encontrou todas as formas de arrumar os presentes, baseando-se apenas nos exemplos que construiu.

Na continuação da tarefa, em que os alunos teriam de distribuir os presentes de forma equitativa, a aluna demonstra facilidade de raciocínio, mais uma vez atendendo às condições da tarefa, pois explica que para colocar o mesmo número de presentes em cada saco teriam de ser colocados quatro presentes em cada saco pois: “eu gastei quatro mais quatro que são estes dois sacos e dá oito, e mais quatro mais quatro também dá oito e deu-me dezasseis e dezasseis mais oito deu-me vinte e quatro.” (Luísa, 4 de dezembro de 2012, tarefa 1), revelando possuir conhecimentos sobre os números e a adição. Ficou por esclarecer como é que a Luísa se lembrou de colocar quatro presentes em cada saco. A aluna demonstrou dificuldade em listar todas as soluções.

Tarefa 2.

A Luísa leu corretamente o problema pois respondeu ao que era pretendido, indicando uma resposta adequada. Para resolver a tarefa a aluna recorreu à realização de um diagrama em árvore (Figura 25). Através da análise da resposta pode verificar-se que a aluna procede de forma organizada.

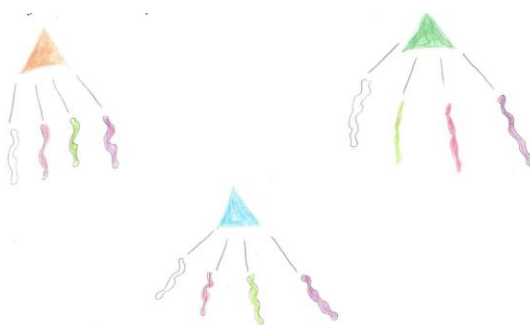


Figura 25 - Solução apresentada pela Luísa na tarefa 2

De modo a justificar a solução encontrada explica que:

Eu fui ao chapéu [gorro] laranja, ao chapéu verde escuro e ao chapéu azul e fui juntar todas as fitas [cachecóis] : a vermelha, a branca, a roxa e a verde. (Luísa, 5 de dezembro de 2012, tarefa 2)

Considera-se que a Luísa sustentou a sua opção com base num raciocínio crítico (Krulik & Rudnik, 1999), pois teve a capacidade de avaliar as condições do problema e tê-las sempre presentes na organização dos dados de modo a cruzar todos os gorros com todos os cachecóis disponíveis.

A Luísa começou a sustentar as suas opções e a entrar no esquema de justificação analítico emergente. Tendo em conta o que é referido por Harel e Sowder (1998) e Plaxco (2011) a aluna atende às condições da tarefa na apresentação da resposta, como é possível verificar através da justificação dada. Através da observação da resolução pode verificar-se que ela recorre ao raciocínio dedutivo para proceder à resolução da tarefa, uma vez que, a aluna parte da informação sobre o conjunto de gorros e cachecóis para apresentar todas as hipóteses de combinação dos gorros e dos cachecóis, combinando cada um dos gorros com cada um dos cachecóis, experimental e organizadamente, obtém uma conclusão que decorre do que conhece (Baroody, 1993). Durante a resolução da tarefa a aluna não demonstrou qualquer tipo de dificuldade.

Tarefa 3.

Através da análise da resolução da Luísa pode afirmar-se que não leu corretamente o problema, apesar de ter procedido de forma organizada.

número de partes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
número de acões	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42	44	46	48

número de embalagens	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
número de caixas de café	1	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42	44	46	48

número de embalagens	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
número de adornamentos	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400	420	440	460	480

R: Não sabia, porque não percebi a pergunta.

Figura 26 - Resolução da Luísa na tarefa 3

A aluna optou por recorrer a uma tabela para resolver o problema, porém, como é possível observar na Figura 26, a Luísa confundiu as relações entre o número de cada tipo de guloseima por cada saco de guloseimas. A única relação estabelecida corretamente foi entre o número de pastas de chocolate e o número de sacos de guloseimas que poderiam ser preparados com cada pasta de chocolate. Como é possível observar a aluna usa diferentes “variáveis” para estabelecer a relação entre as guloseimas e os sacos. Na primeira tabela, referente às pastas de chocolate estabelece a relação entre n pastas de chocolate e $2n$ sacos de guloseimas. Na segunda tabela estabelece uma relação incorreta entre o número de embalagens de Pais Natal existentes e o número total de Pais Natal, sem se perceber por que razão optou por esse cálculo. Na terceira tabela relaciona o número de embalagens com o número total de rebuçados existentes na embalagem inicial. Também aqui não se compreende a opção. Note-se que a relação estabelecida pela aluna entre o número de embalagens Pais Natal e o número de Pais Natal por cada uma das embalagens está incorreta, pois cada embalagem possuía 6 Pais Natal e não 2.

A Luísa demonstrou não ter compreendido as condições do problema nem o que era pedido. Tal facto pode ter acontecido, talvez devido à informação excessiva do problema, coisa a que a turma não está habituada. Como o problema apresentava dois tipos de informação: o que devia conter cada saco de guloseimas e o que tinha sido comprado para a preparação dos sacos, a aluna acabou por se sentir “perdida” e não saber que informação deveria ser utilizada para a resolução da tarefa: “Cada saco tem de ter três quadradinhos de chocolate, dois rebuçados e um Pai Natal. Mas não sei como é que vou fazer...” (Luísa, 11 de dezembro de 2012, tarefa 3). Considera-se por isso que a aluna se encontra no esquema de justificação por convicção externa (Harel & Sowder, 1998) uma vez que a aluna se limitou a realizar manipulação numérica, mesmo que sem sentido, com os dados do problema. Pode também considerar-se que a aluna sustentou as suas opções com base num raciocínio básico (Krulik & Rudnick, 1999) pois reconheceu a necessidade da aplicação das operações aritméticas para a resolução do problema.

Luísa demonstrou também dificuldades em manter presentes todas as condições ao longo da resolução, acabando por não indicar uma resposta adequada. Devido à falta de tempo a aluna não resolveu a segunda parte desta tarefa.

Tarefa 4.

A Luísa leu corretamente o problema demonstrando ter compreendido o que era pretendido. Analisou a imagem apresentada, no enunciado da tarefa, realizando a contagem do número de panos e do número de molas. Depois de já ter realizado quase todas as experiências, com recurso ao desenho, a aluna chamou-me e disse: “O desenho ... tem cinco panos e seis molas.... as molas são sempre, por exemplo são seis panos, então às seis molas junta-se mais uma. É sempre mais um.” (Luísa, 15 de janeiro de 2013, tarefa 4).

Como já referi a aluna recorreu ao desenho para resolver o problema, porém não procedeu de forma organizada uma vez que começou por desenhar a situação de 10 panos, indicando que seriam necessárias 11 molas. A sua resposta não está completa pois a aluna não indica o número de molas necessárias para 5 panos.

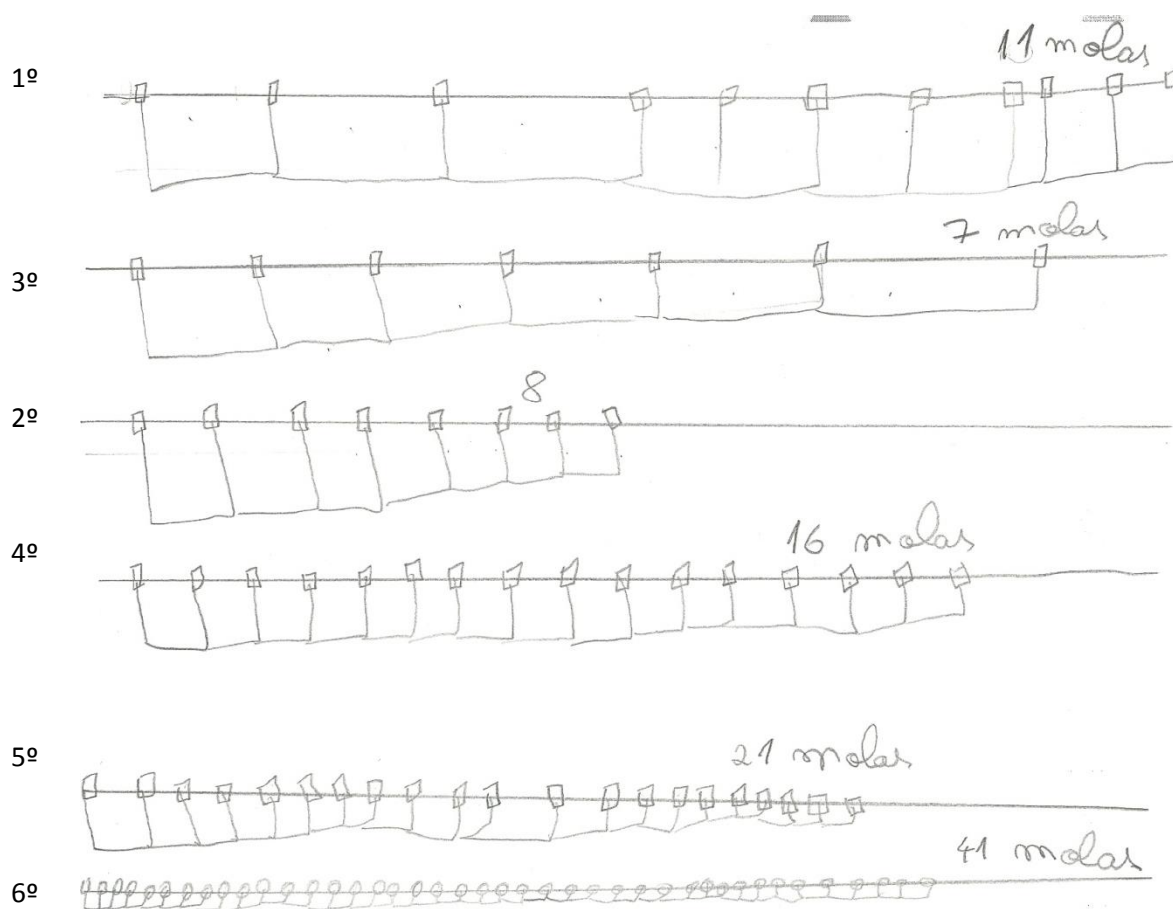


Figura 27 - Resolução da Luísa, tarefa 4

Como é possível constatar a aluna indica uma resposta adequada. Na continuação da tarefa, em que era pedido que indicassem outras formas para pendurar os panos, a Luísa começou por desenhar a forma inicial de pendurar, demonstrando não ter compreendido o que era pretendido, acabando depois por apagar o que fez entregando a folha em branco. Ficou por esclarecer porque é que a aluna tomou essa atitude.

Tendo em conta a justificação dada pela aluna sobre a relação entre o número de molas e o número de panos pode considerar-se que a aluna sustentou as suas opções com base num raciocínio crítico (Krulik & Rudnik, 1999), pois teve a capacidade de examinar com cuidado os aspetos da tarefa, mais concretamente a imagem apresentada e os exemplos que testou, de modo a extrair a informação relevante para solucionar a tarefa. A Luísa demonstra enquadrar-se no esquema de justificação empírico pois não sabe explicar o motivo da relação de regularidade entre o número de panos de cozinha e o número de molas argumentando que: “é sempre mais um.” (Luísa, 15 de janeiro de 2013, tarefa 4), baseando-se assim em alguns exemplos para validar uma conjectura.

Recorreu ao raciocínio indutivo para proceder à resolução da tarefa, uma vez que, a aluna parte dos dados presentes na imagem, descobre um aspeto comum entre os números e depois estabelece uma relação geral entre qualquer número de panos de cozinha e número de molas, explicando que “é sempre mais um [uma mola] ” (Luísa, 15 de janeiro de 2013, tarefa 4), porém demonstra não saber justificar a validade da conjectura apresentada.

No que diz respeito à segunda parte da tarefa a aluna demonstrou dificuldades de compreensão relativamente à apresentação de outras possíveis formas de pendurar os panos.

Tarefa 5.

Na primeira parte da tarefa a Luísa demonstrou ter lido corretamente o problema, e também demonstrou capacidade de organização de informação, uma vez que recorre a uma lista organizada para resolver a tarefa.

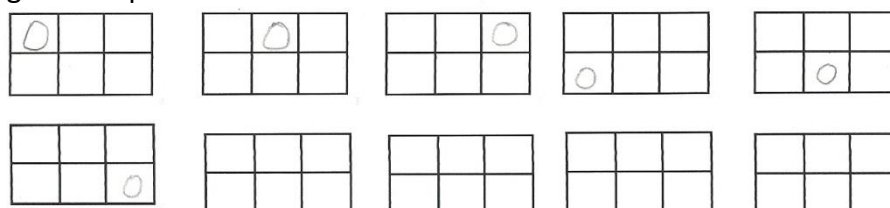


Figura 28 - Resolução da Luísa, parte I tarefa 5

Para justificar como encontrou todas as formas de arrumar um ovo disse:

Há seis [maneiras de arrumar um ovo na caixa] porque a caixa tem seis buracosinhos.
(Luísa, 22 de janeiro de 2013, tarefa 5)

Na primeira parte da tarefa a aluna apresenta uma resposta adequada e resolve completamente a tarefa. Para encontrar as possibilidades de arrumar 2 ovos a Luísa voltou a manipular o material e a cada nova forma que encontrava registava-a na folha de registo. Pode dizer-se que desta vez a Luísa não procedeu de forma organizada apesar de ter encontrado todas as soluções. Para justificar as diferentes disposições encontradas começa por justificar que:

Eu primeiro pus assim os dois [ovos] e depois pus um [ovo] numa ponta e outro noutra ponta, depois pus os dois aqui em baixo, e depois de lado [na vertical] nestes quadrados [refere-se às cavidades] e depois no meio ... e depois na ponta. Depois ... fiz ao contrário e comecei a fazer um quadrado [cavidade] passo um e vou para aqui. E depois fui trocando.
(Luísa, 22 de janeiro de 2013, tarefa 5)

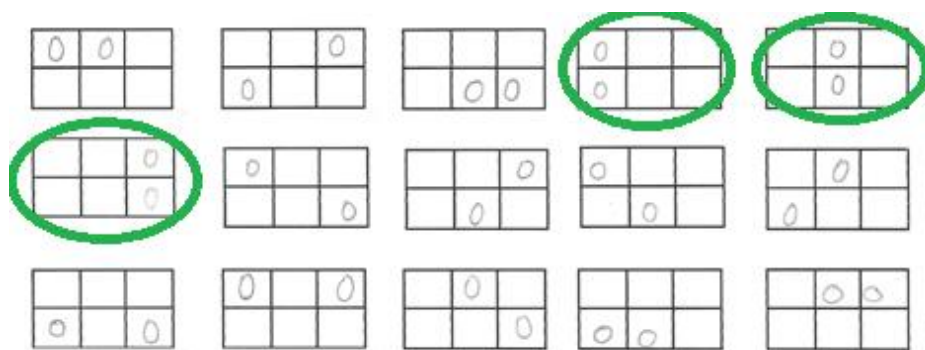


Figura 29 - Solução apresentada pela Luísa parte II, tarefa 5

Apesar de no geral não ter procedido de forma organizada, parece que a aluna demonstra alguma organização em algumas das disposições, como é o caso das disposições na vertical (circundadas a verde).

Quando questionada “Como sabes que tens todas as maneiras? Como sabes que não falta nenhuma?”, a aluna responde: “Porque eu experimentei e só me deu estas.” (22 de janeiro de 2013, tarefa 5). Como é possível constatar a aluna não consegue garantir ter encontrado todas as maneiras de arrumar 2 ovos.

Também na terceira parte do problema, em que os alunos deveriam apresentar todas as soluções possíveis para arrumar três ovos a Luísa não procedeu de forma

organizada, o que a poderia ter ajudado a ter a certeza de ter encontrado todas as possibilidades de arrumar 3 ovos.

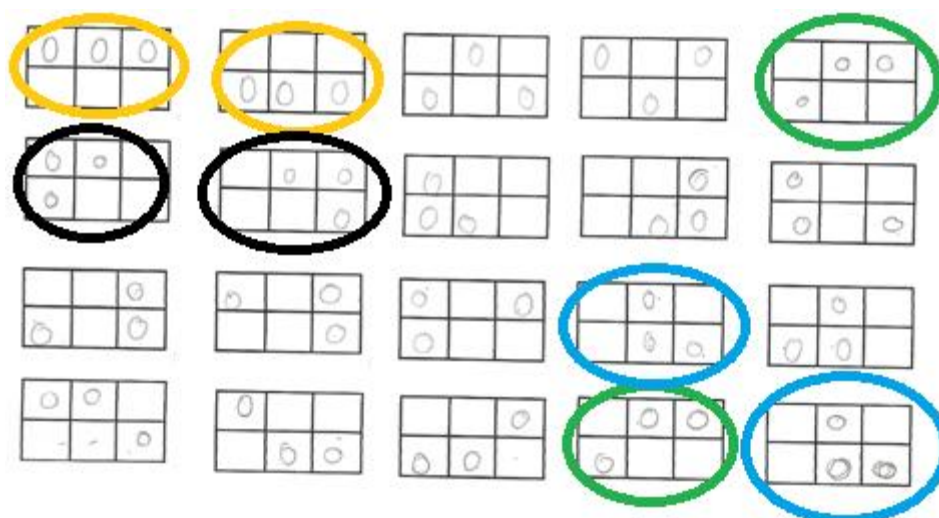


Figura 30 - Resolução apresentada pela Luísa, parte III tarefa 5

Como é possível constatar através da análise da resolução, Luísa segue uma “disposição geométrica”, mas não o faz completamente. Nalgumas situações, de uma disposição para a seguinte parece ter usado uma reflexão, ora de eixo horizontal (da posição 1,2,3 para a posição 4,5,6 – laranja) ora de eixo vertical (da posição 1,2,4 para a posição 2,3,6 – preto). Da terceira (2,4,6) para a quarta maneira (1,3,5) a Luísa inverte as cavidades ocupadas. Porém na quinta posição (2,3,4), apresenta uma nova disposição e na sexta (1,2,4) também. A continuação da sétima para a oitava posição (1,4,5) faz-se pela aplicação de uma meia-volta. Esta organização não se mantém uma vez que a aluna passou à frente as disposições 1,2,6; 1,3,4; 1,3,6. Desta forma conclui-se que não procedeu de forma organizada de modo a saber quais as disposições que tinha encontrado e também de modo a não repetir hipóteses. Nesta última parte da tarefa a aluna não a resolve completamente e não encontra todas as soluções possíveis (20 soluções). Como se pode constatar repete a disposição 2,3,4 (verde) e a disposição 2,5,6 (azul). Para resolver completamente a tarefa faltavam-lhe encontrar as disposições 1,2, 5 e 2,3,5.

Na primeira parte da tarefa a aluna soube justificar por que tinha encontrado todas as soluções, argumentando que “a caixa tem seis buraquinhos” (22 de janeiro de 2013, tarefa 5). Nesta alínea pode considerar-se que a aluna sustentou as suas opções

com base num raciocínio crítico (Krulik & Rudnick, 1999) pois teve a capacidade de avaliar todas as condições do problema e tê-las sempre presentes na organização dos dados. Como a Luísa sustentou as suas opções pode considerar-se que manifestou estar a entrar no esquema de justificação analítico emergente. Tendo em conta o que é referido por Harel e Sowder (1998) e Plaxco (2011) a aluna atende às condições da tarefa na apresentação da resposta, como é possível verificar através da justificação dada.

Tendo em conta que a Luísa não soube justificar como poderia garantir que tinha descoberto todas as soluções possíveis para arrumar dois e três ovos e visto que não encontrou todas as soluções para arrumar três ovos pode considerar-se que, nestas alíneas, sustentou as suas opções com base num raciocínio básico, (Krulik & Rudnik, 1999), pois teve a capacidade de compreender o que se pretendia, apesar de não chegar a todas as soluções, e também por não proceder de forma organizada.

Na segunda e terceira partes desta tarefa a aluna não soube justificar as suas opções para além das experiências. Assim, considera-se que, na resolução da segunda e terceira alíneas, a Luísa se encontra no esquema de justificação empírico no que, de acordo com Harel e Sowder (1998), os alunos aceitam a validade de uma hipótese com base em perceções visuais:

Eu experimentei e só me deu estas. (Luísa, 22 de janeiro de 2013, tarefa 5)

Durante a resolução da tarefa a aluna demonstrou dificuldade de organização, uma vez que não procedeu de forma organizada e demonstrou também dificuldades em listar todas as soluções.

Síntese.

Observando o quadro síntese (Quadro 3) concluiu-se que a Luísa teve um desempenho positivo na resolução das tarefas, dado que compreendeu o problema e resolveu todas as tarefas, embora três delas apenas parcialmente, à exceção da tarefa 3 que não compreendeu e não resolveu.

Parece que o facto de proceder organizadamente ajuda a Luísa a atingir o esquema de justificação analítico emergente (Plaxco, 2011), tal como na tarefa 2 e na 1ª parte da tarefa 5, apesar de que na tarefa 1 a aluna procede organizadamente e se

encontra no esquema de justificação empírico. A Luísa apresentou as três categorias gerais dos esquemas de justificação num curto intervalo de tempo (Plaxco, 2011).

Categorias		T1	T2	T3	T4	T5
Desempenho na resolução da tarefa	Lê corretamente o problema (compreende)	X	X		X	X
	Procede de forma organizada (registo e/ou descrição oral)	X	X			
	Resolve completamente		X			
	Resolve parcialmente	X			X	X
	Não resolve			X		
	Indica uma resposta adequada	X	X		X	X
Estratégia de resolução de problemas utilizada	Desenho				X	
	Tentativa segundo os dados do problema	X				
	Lista organizada					X
	Diagrama		X			
	Tabela			X		
Tipo de raciocínio (Baroody, 1993)	Raciocínio Indutivo				X	
	Raciocínio Dedutivo Emergente	X	X			
Níveis de raciocínio (Krulik & Rudnick, 1999)	Básico	X		X		X
	Crítico	X	X		X	X
	Criativo	X	—	—		—
Esquemas de justificação (Harel & Sowder, 1998; Plaxco, 2011)	Convicção externa			X		
	Empírico	X			X	X
	Análítico Emergente		X			
Dificuldades manifestadas	Compreensão			X	X	
	Organização					X
	Listar todas as soluções	X			X	X
	Manter as condições da tarefa ao longo da resolução			X		

Quadro 3 - Quadro síntese caso Luísa

Tendo em conta o que referem Stylianou, Chae e Blanton (2006) parece existir uma relação entre os esquemas de justificação e as estratégias de resolução utilizadas pela aluna, uma vez que sempre que a aluna se encontra no esquema de justificação analítico emergente utilizou uma estratégia de resolução de problemas que lhe permitiu organizar os dados, como por exemplo, diagrama e lista organizada. A Luísa manifestou dificuldades na resolução de todas as tarefas, à exceção da tarefa 2, estando elas principalmente relacionadas com a dificuldade em listar todas as soluções e com a compreensão das condições do problema (tarefa 3).

Através da análise do quadro síntese é possível constatar que o raciocínio dedutivo pode ser visível em níveis de escolaridade iniciais (Baroody, 1993).

Caso Andreia.

Tarefa 1.

Da análise da resolução realizada pela Andreia pode-se afirmar que esta demonstrou ler corretamente o problema. Começou por manipular o material disponível realizando tentativas segundo os dados do problema. Colocava presentes nos sacos e ia registando os números utilizados de modo a não repetir o número de presentes nos sacos. Como é possível verificar pela análise da resolução, esta procede de forma organizada, uma vez que começa por colocar um presente num saco, dois no saco seguinte e assim sucessivamente.


$$1 + 2 + 3 + 5 + 6 + 7 = 24 \rightarrow \text{presentes}$$

Figura 31 - Solução apresentada pela Andreia, tarefa 1

Andreia explica que:

É que eu percebi que o um mais o dois dá o três e o três mais o três dá o seis. E o seis mais o cinco dá onze. E onze mais.... Seis dá dezassete e ... mais o sete dá vinte e quatro. (4 de dezembro de 2012, tarefa 1)

O registo escrito não explicita o modo como a Andreia efetuou a adição. Só é apresentada a soma: 24. Apenas durante a conversa a aluna explica como obteve o valor 24. O modo como explicita demonstra organização. Será que o facto de se ter pedido à Andreia para explicar como tinha pensado a ajudou a organizar o seu pensamento?

Depois de observar os números, a Andreia apercebe-se que se efetuar algumas trocas pode encontrar outra forma de arrumar os presentes. Assim, volta a manipular o material e usando a mesma estratégia chega a uma nova hipótese de arrumação dos presentes. Depois de ter encontrado a segunda solução, a aluna tenta procurar uma terceira solução mas acaba por desistir e apagar a sua tentativa.

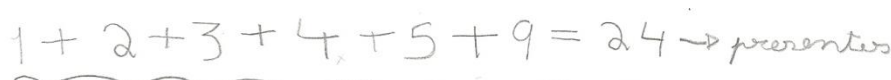

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 9 = 24 \rightarrow \text{presentes}$$

Figura 32 - Nova proposta de arrumação dos presentes, Andreia

Andreia não resolve completamente a tarefa uma vez que ficou por indicar uma hipótese de arrumação dos presentes: $1+2+3+4+6+8$.

Através da observação da resolução da aluna pode verificar-se que ela recorre ao raciocínio dedutivo emergente para proceder à resolução da tarefa, uma vez que, a aluna parte das condições do problema para testar hipóteses de arrumação dos presentes e tem a certeza dessa hipótese estar correta (Baroody, 1993). Andreia demonstrou não saber justificar o motivo de não existirem outras soluções para além das encontradas, considerando-se por isso que a aluna sustentou a sua opção com base num raciocínio básico, como é referido por Krulik e Rudnik (1999), uma vez que teve a capacidade de compreender o que era pretendido apesar de não chegar a todas as soluções. Também manifestou um raciocínio crítico uma vez que teve a capacidade de avaliar todas as condições do problema e tê-las sempre presentes na organização dos dados. Considera-se ainda que sustenta a sua opção com base num raciocínio criativo, uma vez que depois de ter encontrado uma solução efetuou cálculos, realizando algumas trocas, de modo a encontrar uma nova solução que verificasse as condições do problema. Andreia enquadra-se no esquema de justificação empírico (Harel & Sowder, 1998) pois não consegue encontrar uma justificação para garantir que encontrou todas as formas de arrumar os presentes, baseando-se apenas nos exemplos que construiu.

Na continuação da tarefa, em que os alunos teriam de distribuir os presentes de forma equitativa, a aluna demonstra facilidade de raciocínio, mais uma vez atendendo às condições da tarefa, pois explica que para colocar o mesmo número de presentes em cada saco teriam de ser colocados quatro presentes em cada saco pois: “eu primeiro pus três [presentes] em cada saco mas depois percebi que ainda faltavam seis e como tinha seis sacos pus um presente em cada um dos sacos.” (Andreia, 4 de dezembro de 2012, tarefa 1). Assim pode considerar-se que a Andreia começa a manifestar entrar no esquema de justificação analítico emergente, (Plaxco, 2011), uma vez que parte de uma tentativa e consegue explicar porque é válida. A aluna demonstrou dificuldade em listar todas as soluções.

Tarefa 2.

A Andreia leu corretamente o problema pois respondeu ao que era pretendido, indicando uma resposta adequada. Para resolver a tarefa a aluna recorreu ao desenho

(Figura 33). Através da análise da resposta pode verificar-se que a aluna não procede de forma organizada no registo.

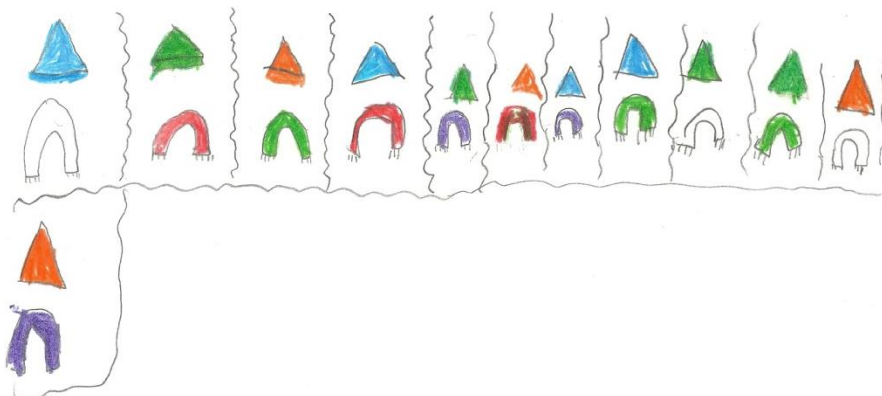


Figura 33 - Resolução apresentada pela Andreia, tarefa 2

De modo a justificar a solução encontrada explica que:

O gorro azul pus uma combinação com o cachecol branco, depois o gorro verde e o cachecol vermelho. O gorro laranja e o cachecol verde ... Depois fui ao gorro azul e vi se já tinha tudo [os quatro cachecóis]. E fiz isso com todos, com o verde, com o laranja, com o azul. (Andreia, 5 de dezembro de 2012, tarefa 2)

Considera-se por isso que a Andreia sustentou a sua opção com base num raciocínio crítico (Krulik & Rudnik, 1999), pois teve a capacidade de avaliar as condições do problema e tê-las sempre presentes na organização dos dados de modo a cruzar todos os gorros com todos os cachecóis disponíveis. Apesar de não ter sido organizada no registo dos desenhos para procurar certificar-se de ter colocado todas as opções a Andreia fixa-se na cor de um gorro (azul) e verifica a combinação com todos os cachecóis.

A Andreia começou a sustentar as suas opções e a entrar no esquema de justificação analítico emergente. Tendo em conta o que é referido por Harel e Sowder (1998) e Plaxco (2011) a aluna atende às condições da tarefa como é possível verificar através da justificação dada. Através da observação da resolução pode verificar-se que ela recorre ao raciocínio dedutivo para proceder à resolução da tarefa, uma vez que, a aluna parte da informação sobre o conjunto de gorros e cachecóis para apresentar todas as hipóteses de combinação dos gorros e dos cachecóis, combinando cada um dos gorros com cada um dos cachecóis, experimentalmente, obtendo uma conclusão que decorre do

que conhece (Baroody, 1993). Durante a resolução da tarefa a aluna demonstrou dificuldade de organização.

Tarefa 3.

A Andreia leu corretamente o problema pois respondeu ao que era pretendido, indicando uma resposta adequada. Para resolver a tarefa a aluna recorreu a tentativas segundo os dados do problema. Através da análise da resposta pode verificar-se que a aluna procede de forma organizada.

$6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 48$
↓
uma pasta

1 pasta = 2 meninos
8 pastas = 16 meninos

Figura 34 - Descoberta do número de sacos de guloseimas que poderiam ser preparados com as pastas de chocolate disponíveis, Andreia

Andreia explica que:

É que aqui diz que tem oito pastas de chocolate, então como cada pasta tem seis [quadrinhos] eu peguei nas oito pastas e fiz oito vezes o seis ... porque são oito pastas e ... eu juntei tudo e deu quarenta e oito quadrinhos. (11 de dezembro de 2012, tarefa 3)

Como é possível constatar na sua justificação a Andreia explica que a operação de adição pode ser convertida numa operação de multiplicação: oito pastas vezes seis quadrinhos, o que demonstra conhecimento de possíveis relações entre as operações aritméticas.

A aluna estabelece a relação entre o número de sacos de guloseimas que poderiam ser preparados com uma pasta de chocolate e proporcionalmente relaciona o número de sacos de guloseimas que poderiam ser preparados com as oito pastas de chocolate disponíveis (circundado a verde – Figura 34). Ficou por esclarecer como é que a Andreia pensou para estabelecer essa relação.

$6 + 6 + 6 = 18$
↓
uma embalagem de Pais Natal

1 pai natal = 1 menino
18 pais natal = 18 meninos

Figura 35 - Descoberta do número de sacos de guloseimas que poderiam ser preparados com as embalagens de Pais Natal compradas, Andreia

Procedeu da mesma forma para saber quantos sacos de guloseimas poderiam ser preparados com as três embalagens de Pais Natal compradas.

Cada embalagem tem seis Pais Natais e aqui diz que há três embalagens e ... já que lá dentro há seis eu juntei o seis, que é uma embalagem, juntei outro seis que é da outra embalagem e juntei o outro seis que é da outra embalagem e deu-me dezoito. (Andreia, 11 de dezembro de 2012, tarefa 3)

A aluna estabelece a relação entre o número de sacos de guloseimas que poderiam ser preparados com um Pai Natal e também estabelece a relação entre o número de sacos de guloseimas que poderiam ser preparados com os dezoito Pais Natal disponíveis (circundado a verde – Figura 35).

Relativamente à descoberta do número de sacos de guloseimas poderiam ser preparados com as duas embalagens de rebuçados compradas a Andreia procedeu da mesma forma.

$20 + 20 = 40$
dois sacos de rebuçados

1 saco de rebuçados = 10 minutos
2 sacos de rebuçados = 20 minutos

Figura 36 - Descoberta do número de sacos de guloseimas que poderiam ser preparados com as embalagens de rebuçados disponíveis. Andreia

Um saquinho tinha vinte rebuçados ... e ... aqui diz que há dois sacos de rebuçados então pus o vinte mais o vinte e deu-me quarenta. E ... cada saquinho [de guloseimas] tem [de ter] dois rebuçados. (Andreia, 11 de dezembro de 2012, tarefa 3)

Novamente a Andreia estabeleceu a relação entre o número de rebuçados por cada saco de guloseimas, indicando o número de sacos de guloseimas que poderiam ser preparados com os rebuçados disponíveis.

Na resposta dada a aluna indica o número de sacos de guloseimas que podem ser preparados (16) bem como as guloseimas que sobram (Figura 37).

R: Podem ser preparados 16 sacos / sobram 2 pai natais e 8 rebuçados.

Figura 37 - Resposta apresentada pela Andreia, tarefa 3

Como é possível constatar todas as justificações apresentadas pela Andreia prendem-se com as condições do problema. Assim, e tendo em conta todos os dados apresentados, considera-se que a aluna sustentou as suas opções com base num raciocínio crítico (Krulik & Rudnik, 1999), pois teve a capacidade de avaliar as condições do problema e tê-las sempre presentes na organização dos dados de modo a estabelecer a relação entre as guloseimas compradas e a sua distribuição pelos sacos de guloseimas a preparar.

A Andreia começa a sustentar as suas opções e a manifestar posições do esquema de justificação analítico emergente (Plaxco, 2011). Tendo em conta o que é referido por Harel e Sowder (1998), atende às condições da tarefa e utiliza raciocínio e operações mentais para sustentar as suas afirmações. Pode verificar-se que consegue estabelecer, com facilidade, a relação entre o número total de guloseimas de cada tipo e o número de guloseimas de cada tipo a colocar em cada saco.

Através da observação da resolução da Andreia pode verificar-se que ela recorre ao raciocínio dedutivo emergente para proceder à resolução da tarefa, uma vez que, a aluna parte da informação sobre o número e tipo de guloseimas por cada saco de guloseimas para estabelecer a sua relação com o número total de guloseimas de cada tipo (Baroody, 1993). A sua fala parece “formatada” pelo “se... então...”, uma forma de raciocínio dedutivo:

[se] ... aqui diz que tem oito pastas de chocolate, então ... juntei tudo e deu quarenta e oito quadradinhos. (Andreia, 11 de dezembro de 2012, tarefa 3)

... [se] aqui diz que há dois sacos de rebuçados então (...) cada [um dos 16] saquinho [de guloseimas] tem [de ter] dois rebuçados. (Andreia, 11 de dezembro de 2012, tarefa 3)

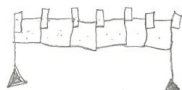
Durante a resolução da tarefa não demonstrou qualquer tipo de dificuldade.

Devido à falta de tempo a aluna não resolveu a segunda parte desta tarefa.

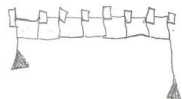
Tarefa 4.

A Andreia leu corretamente o problema demonstrando ter compreendido o que era pretendido. Analisou a imagem apresentada no enunciado da tarefa, realizando a contagem do número de panos e do número de molas.

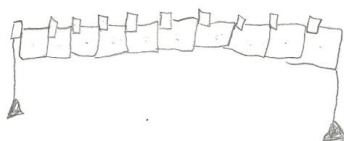
R: Com 5 paninhos precisamos de 6 molas.



R: Com 6 paninhos precisamos de 7 molas.



R: São necessárias 8 molas para 7 panos.



R: São necessárias 11 molas para 10 paninhos

R: Para 15 panos são necessárias 16 molas, porque se fizerem 5 panos são 6 molas, para 6 panos são 7 molas por isso são necessárias 16 molas para 15 panos.

R: Para 20 panos é a mesma coisa, para 20 panos são necessários 21 molas.

R: São necessárias 44 molas para 40 panos.

Figura 38 - Resolução apresentada pela Andreia, tarefa 4

Como é possível constatar a Andreia resolve a tarefa completamente apresentando uma resposta adequada.

Generaliza com base em quatro (1+3) exemplos a resposta para 15, 20 e 40 panos.

Na continuação da tarefa recorreu ao desenho para apresentar outras formas possíveis de colocar os panos de cozinha a secar, como é possível ver pela Figura 39. A Andreia apenas se limitou a desenhar, não apresentando, por escrito, a relação entre o número de panos de cozinha e o número de molas.

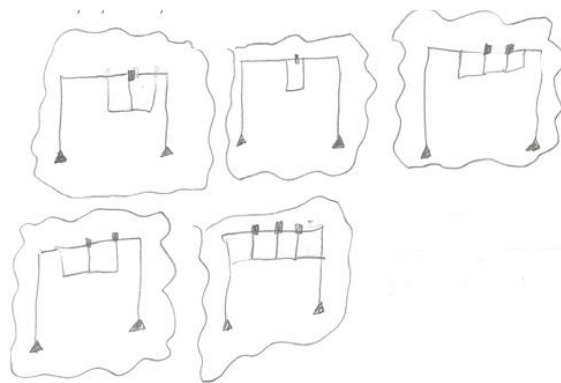


Figura 39 - Proposta da Andreia para a colocação dos panos de cozinha

Tendo em conta a justificação dada pela aluna sobre a relação entre o número de molas e o número de panos, pode considerar-se que sustentou as suas opções com base num raciocínio crítico (Krulik & Rudnik, 1999), pois teve a capacidade de examinar com cuidado os aspetos da tarefa, mais concretamente a imagem apresentada no enunciado de modo a extrair a informação relevante para solucionar a tarefa. Pode considerar-se também que a aluna sustentou as suas opções com base num raciocínio criativo (Krulik & Rudnik, 1999), uma vez que foi capaz de apresentar outras formas de colocar os panos de cozinha no estendal.

A Andreia parece enquadrar-se no esquema de justificação empírico (Harel & Sowder, 1998) pois não explicou o motivo da relação de regularidade entre o número de panos de cozinha e o número de molas argumentando que: “é a mesma coisa, é mais uma [mola].” (Andreia, 15 de janeiro de 2013, tarefa 4), baseando-se assim em alguns exemplos para formular uma conjectura.

Recorreu ao raciocínio indutivo para proceder à resolução da tarefa, uma vez que, a aluna parte dos dados presentes na imagem, descobre um aspeto comum entre os números e depois estabelece uma relação geral entre qualquer número de panos de cozinha e número de molas, demonstrando porém não saber justificar a validade da conjectura apresentada.

Durante a resolução da tarefa não demonstrou qualquer tipo de dificuldade

Tarefa 5.

Na primeira parte da tarefa a Andreia demonstrou ter lido corretamente o problema.

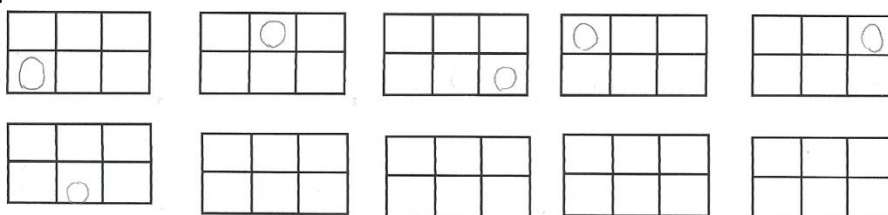


Figura 40 - Solução apresentada pela Andreia, parte I tarefa 5

Como é possível verificar a Andreia não demonstrou capacidade de organização de informação, uma vez que recorre a tentativas segundo os dados do problema e começa por colocar o ovo na quarta cavidade, de seguida na segunda, na sexta, na primeira, na terceira e na quinta.

Para encontrar as possibilidades de arrumar 2 ovos a aluna voltou a manipular o material e a cada nova forma que encontrava registava-a na folha de registo.

Mais uma vez não procedeu de forma organizada, o que a poderia ter ajudado a ter a certeza de ter encontrado todas as possibilidades de arrumar os ovos na caixa. Não encontrou todas as soluções, uma vez que repetiu a disposição 1,5 (circundada a verde na Figura 41) e não indicou a disposição 2,6.

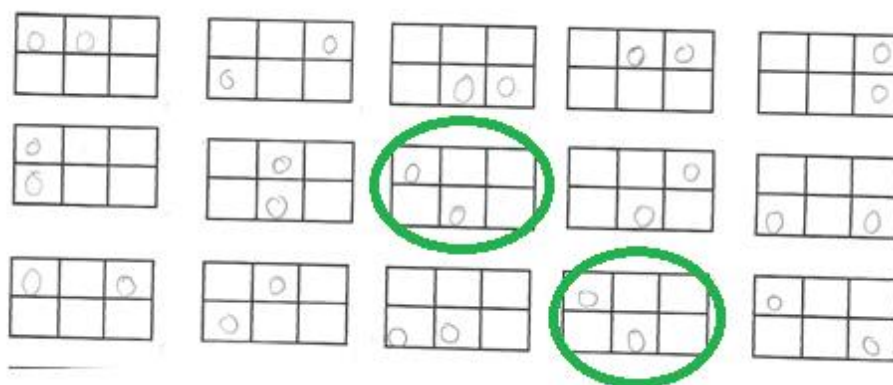


Figura 41 - Resolução apresentada pela Andreia, parte II tarefa 5

Também na terceira parte do problema a Andreia não procedeu de forma organizada, o que a poderia ter ajudado a ter a certeza de ter encontrado todas as possibilidades de arrumar 3 ovos.

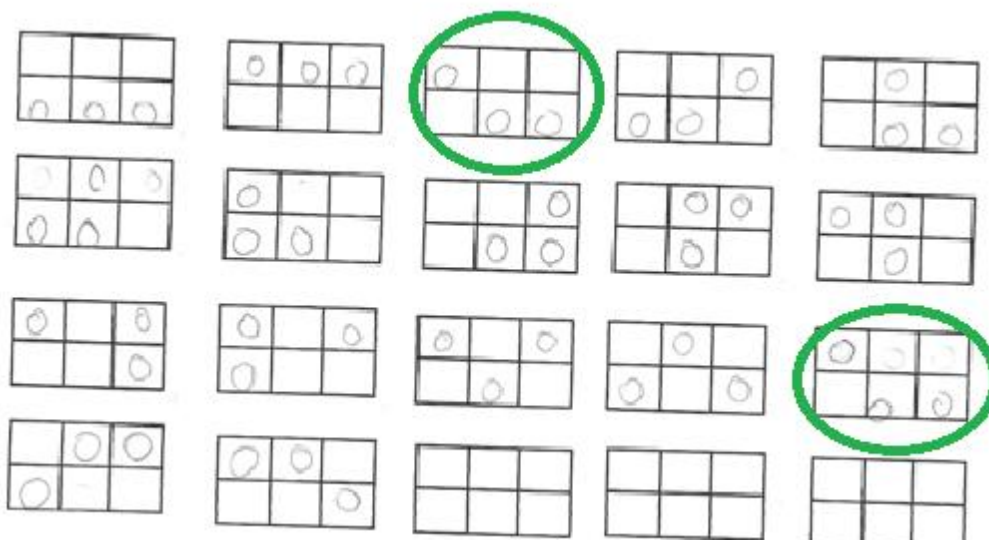


Figura 42 - Resolução apresentada pela Andreia parte III tarefa 5

Como é possível constatar através da análise da resolução, a aluna começa por dispor os ovos na horizontal ocupando as posições 4,5,6 e depois as posições 1,2 e 3. Nas posições seguintes - 3ª e 4ª, 5ª e 6ª, 7ª e 8ª, 9ª e 10ª, 11ª e 12ª, 16ª e 17ª - a Andreia parece partir de uma posição global para os três ovos e por reflexão de eixos verticais obtém a seguinte. Esta estratégia é difícil de implementar neste nível etário, por necessitar de um bom “olho geométrico” (Fonseca, 2004) que a Andreia ainda não desenvolveu. Também se podem observar as três disposições de modo segmentado - dois ovos mais um ovo – da terceira à oitava caixa, em que a Andreia mantém dois ovos na parte de baixo da caixa e um na parte de cima. Porém, esta organização não se mantém uma vez que a aluna não registou todas as possíveis disposições para dois ovos na parte de baixo da caixa. Desta forma conclui-se que não procedeu de forma organizada de modo a saber quais as disposições que tinha encontrado e também de modo a não repetir hipóteses. Na terceira parte da tarefa a aluna não resolve completamente pois não encontra todas as soluções possíveis (20 soluções). Como se pode constatar repete a disposição 1,5,6 (circundada a verde na Figura 42). Para resolver completamente a tarefa faltavam-lhe encontrar as disposições 1,2,4; 1,4,6; 2,3,6; 3,4,6.

Tendo em conta que a Andreia não soube justificar como poderia garantir que tinha descoberto todas as soluções possíveis para arrumar dois e três ovos e visto que não encontrou todas as soluções para os arrumar pode considerar-se que sustentou as suas opções com base num raciocínio básico (Krulik & Rudnik, 1999), pois teve a capacidade de compreender o que se pretendia, apesar de não chegar a todas as soluções, e também por não proceder de forma organizada. Pode constatar-se que a aluna não soube justificar as suas opções para além das experiências. Assim, considera-se que se encontra no esquema de justificação empírico no que, de acordo com Harel e Sowder (1998), os alunos aceitam a validade de uma hipótese com base em perceções visuais:

Depois [de concluir a tarefa] vi se já estavam todas as maneiras [de arrumar os ovos].
(Andreia, 22 de janeiro de 2013, tarefa 5)

Durante a resolução da tarefa a aluna demonstrou dificuldade de organização, uma vez que não procedeu de forma organizada e demonstrou também dificuldades em listar todas as soluções.

Síntese.

Observando o quadro síntese (Quadro 4) concluiu-se que a Andreia teve um desempenho positivo na resolução das tarefas, dado que compreendeu o problema e resolveu todas as tarefas, apesar de três delas apenas parcialmente, indicando uma resposta adequada.

Categorias		T1	T2	T3	T4	T5
Desempenho na resolução da tarefa	Lê corretamente o problema (compreende)	X	X	X	X	X
	Procede de forma organizada (registro e/ou descrição oral)	X	X	X	X	
	Resolve completamente		X		X	
	Resolve parcialmente	X		X		X
	Não resolve					
	Indica uma resposta adequada	X	X	X	X	X
Estratégia de resolução de problemas utilizada	Desenho		X		X	
	Tentativa segundo os dados do problema	X		X		X
	Lista organizada					
	Diagrama					
	Tabela					
Tipo de raciocínio (Baroody, 1993)	Raciocínio Indutivo				X	
	Raciocínio Dedutivo Emergente	X	X	X		
Níveis de raciocínio (Krulik & Rudnick, 1999)	Básico	X				X
	Crítico	X	X	X	X	
	Criativo	X	---	---	X	---
Esquemas de justificação (Harel & Sowder, 1998; Plaxco, 2011)	Convicção externa					
	Empírico	X			X	X
	Analítico Emergente	X	X	X		
Dificuldades manifestadas	Compreensão					
	Organização		X			X
	Listar todas as soluções	X			X	X
	Manter as condições da tarefa ao longo da resolução					

Quadro 4 - Quadro síntese caso Andreia

Tendo em conta o que referem Stylianou, Chae e Blanton (2006) parece existir uma relação entre os esquemas de justificação e as estratégias de resolução utilizadas, uma vez que sempre que a aluna se encontra no esquema de justificação analítico emergente utilizou uma estratégia de resolução de problemas que lhe permitiu organizar os dados, como por exemplo, tentativas segundo os dados do problema e desenho. A Andreia manifestou dificuldades na resolução de todas as tarefas, à exceção da tarefa 3, estando elas principalmente relacionadas com a dificuldade em listar todas as soluções e organizar os dados.

Tendo em conta o que referem Fonseca (2004) e Plaxco (2011) a Andreia manifestou esquemas de justificação diferentes num curto intervalo de tempo e numa mesma tarefa, nomeadamente na tarefa 1.

Através da análise do quadro síntese é possível constatar que o raciocínio dedutivo pode ser visível em níveis de escolaridade iniciais (Baroody, 1993).

Síntese comparativa dos três casos.

Observando o desempenho das alunas pode afirmar-se que tiveram um desempenho positivo na resolução das tarefas apresentadas, leram e compreenderam o problema indicando para todas as tarefas pelo menos uma resposta adequada. Excetua-se a Luísa que só resolveu completamente a tarefa 2. Pode considerar-se que a tarefa 5 foi a tarefa com um desempenho menos positivo dado que todas as alunas manifestaram dificuldades de organização do seu pensamento e em listar todas as soluções.

A Carlota destacou-se por ter um desempenho positivo na resolução das tarefas e também por ser a única a não evidenciar dificuldades em todas as tarefas, à exceção da tarefa 5.

Da análise do quadro síntese (Quadro 5) pode constatar-se que a tarefa 2 foi resolvida completamente por todas as alunas e inversamente a tarefa 5 não foi resolvida completamente por qualquer uma das alunas.

Para resolver as tarefas, as alunas recorreram a diferentes estratégias, tais como, lista organizada, diagrama, desenho, tentativas segundo os dados do problema. Houve tarefas em que a estratégia usada foi a mesma (tarefa 1 e 4) e noutras em que cada uma usou uma estratégia diferente (tarefas 2 e 3).

Nas tarefas 1 e 2 todas as alunas manifestaram um raciocínio dedutivo emergente, na tarefa 3 apenas a Carlota e a Andreia manifestaram este tipo de raciocínio. Todas manifestaram um raciocínio indutivo na tarefa 4. No que respeita aos níveis de raciocínio, todas as alunas manifestaram um raciocínio crítico na tarefa 2; crítico e criativo na tarefa 1 e na tarefa 4, à exceção da Luísa; básico na tarefa 5 e na tarefa 1, à exceção da Carlota. Apenas as alunas Luísa e Andreia manifestaram os três níveis de raciocínio - básico, crítico e criativo – na resolução da tarefa 1.

Constatou-se que as alunas revelaram esquemas de justificação distintos (tarefas diferentes) mas também revelaram esquemas de justificação diferentes num curto intervalo de tempo e numa mesma tarefa, como é referido por Fonseca (2004) e Plaxco (2011). Apenas Luísa apresentou as três categorias gerais dos esquemas de justificação (Plaxco, 2011).

Pode considerar-se que os resultados obtidos com este estudo vão ao encontro dos resultados obtidos por Housman e Porter (2003), que desenvolveram o seu trabalho partindo da investigação desenvolvida por Harel e Sowder (1998), uma vez que nenhuma das alunas apresentou o esquema de justificação analítico ou teórico sem antes ter apresentado o esquema de justificação empírico. Nas tarefas em que as alunas se enquadraram no esquema de justificação analítico emergente, devido à apresentação de argumentos claros para as justificações e pela capacidade de justificação para todas as situações, começaram por realizar algumas experiências, construindo as suas conjecturas a partir dos resultados obtidos.

Na tarefa 2 todas as alunas evidenciaram um esquema de justificação analítico emergente; na tarefa 5 manifestaram estar no esquema de justificação empírico. Apenas a Carlota se manteve no esquema de justificação analítico emergente na resolução das tarefas 1,2,3 e 4.

Como já foi referido anteriormente todas as alunas manifestaram dificuldades de organização e listagem de todas as soluções na tarefa 5. Parece que o facto de não terem procedido de forma organizada seja o motivo das dificuldades apresentadas. Apesar das folhas para o registo das soluções serem estruturadas as alunas não souberam como poderiam organizar as possibilidades de arrumar 2 e 3 ovos, garantindo a descoberta de todas as hipóteses. Teriam tido dificuldade em organizar o pensamento? Talvez essa tenha sido a razão para a dificuldade. As tarefas 1 e 2 suscitaram menos dificuldades às alunas.

Categorias		Tarefa 1			Tarefa 2			Tarefa 3			Tarefa 4			Tarefa 5		
		C	L	A	C	L	A	C	L	A	C	L	A	C	L	A
Desempenho na resolução da tarefa	Lê corretamente o problema (compreende)	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X	X
	Procede de forma organizada	X	X	X	X	X		X		X	X		X			
	Resolve completamente	X			X	X	X	X			X		X			
	Resolve parcialmente		X	X						X		X		X	X	X
	Não resolve								X							
	Indica uma resposta adequada	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X	X
Estratégia de resolução de problemas utilizada	Desenho						X	X			X	X	X			
	Tentativa segundo os dados do problema	X	X	X						X				X		X
	Lista organizada				X						X	X		X	X	
	Diagrama					X										
	Tabela	X							X							
Tipo de raciocínio (Baroody, 1993)	Raciocínio Indutivo										X	X	X			
	Raciocínio Dedutivo Emergente	X	X	X	X	X	X	X		X						
Níveis de raciocínio (Krulik & Rudnick, 1999)	Básico		X	X					X					X	X	X
	Crítico	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X	
	Criativo	X	X	X	---	---	---	---	---	---	X		X	---	---	---
Esquemas de justificação (Harel & Sowder, 1998; Plaxco, 2011)	Convicção externa								X							
	Empírico		X	X								X	X	X	X	X
	Análítico Emergente	X		X	X	X	X	X		X	X					
Dificuldades manifestadas	Compreensão								X			X				
	Organização						X							X	X	X
	Listar todas as soluções		X	X								X	X	X	X	X
	Manter as condições da tarefa ao longo da resolução								X							

Quadro 5 - Quadro síntese comparativo dos casos

Conclusões

Este estudo teve como principal objetivo compreender que tipo de raciocínio os alunos utilizam, como justificam as suas opções, que dificuldades manifestam e que razões sustentam as dificuldades. Neste sentido foram consideradas as seguintes questões de investigação: (1) Como se caracteriza o raciocínio matemático de alunos do 2º ano de escolaridade quando resolvem problemas de processo?; (2) Como é que os alunos justificam os seus resultados/ as suas resoluções?; (3) Que dificuldades é que os alunos manifestam na explicitação do raciocínio?

Analisando as sínteses de cada caso e a síntese comparativa dos casos apresentam-se as conclusões relativamente aos três aspetos seguintes – Raciocínio Matemático, Esquemas de Justificação e Dificuldades – no sentido de responder às questões do estudo.

Raciocínio Matemático.

Relativamente à primeira questão do estudo pode considerar-se que o raciocínio matemático de alunos do 2º ano de escolaridade quando resolvem problemas de processo pode ser caracterizado pela utilização de diferentes estratégias de resolução de problemas, as quais apenas são aceitáveis se corretas. Para resolver as tarefas, as alunas caso recorreram a diferentes estratégias, tais como, lista organizada, diagrama, desenho tentativas segundo os dados do problema. Houve tarefas em que a estratégia usada foi a mesma (tarefa 1 e 4) e noutras em que cada uma usou uma estratégia diferente (tarefas 2 e 3). A utilização destas estratégias foi aplicada na resolução de problemas de processo que as alunas resolveram mesmo que parcialmente e aos quais deram respostas adequadas. Apenas se destaca a situação da Luísa que não conseguiu resolver a tarefa 3. Como já foi referido, esta tarefa talvez tivesse sido proposta demasiado cedo aos alunos do 2º ano. Conjetura-se que se tivesse sido apresentada mais tardiamente o resultado obtido poderia ter sido mais satisfatório.

Relativamente ao tipo de raciocínio manifestado pelas alunas foi possível constatar que a posição de Baroody (1993) se confirmou, ou seja, mesmo num nível de escolaridade inicial os alunos são capazes de recorrer ao raciocínio dedutivo atingindo

conclusões que decorrem daquilo que conhecem, por exemplo usando a forma de obter conclusões partindo do conhecimento prévio: se ... então ..., característica do raciocínio dedutivo. A Carlota e a Andreia recorreram ao raciocínio dedutivo emergente para resolver as tarefas 1,2 e 3. A aluna caso Luísa recorreu a este tipo de raciocínio para a resolução das tarefas 1 e 2. Verificou-se também que para a resolução da tarefa 4 todas as alunas recorreram ao raciocínio indutivo que se traduz pelo reconhecimento de um aspeto comum a todos os casos.

No que respeita aos níveis de raciocínio, apresentados por Krulik e Rudnick (1999) todas as alunas revelaram um raciocínio básico, crítico e criativo na resolução de diferentes tarefas. Constatou-se que é possível apresentar mais do que um nível de raciocínio numa mesma tarefa. As alunas Luísa e Andreia evidenciaram características dos níveis básico, crítico e criativo na resolução da tarefa 1; as alunas Carlota e Andreia evidenciaram características do nível crítico e do nível criativo na resolução da tarefa 4; as alunas Carlota e Luísa evidenciaram características dos níveis de raciocínio básico e crítico na resolução da tarefa 5. As alunas manifestaram raciocínio crítico na grande maioria das tarefas, com exceção da Luísa e da Andreia, respetivamente nas tarefas 3 e 5.

Esquemas de justificação.

Tendo em conta a segunda questão deste estudo, através da análise dos casos, foi possível constatar que alunos do 2º ano de escolaridade são capazes de apresentar argumentos válidos para justificar as suas conjecturas, verificando assim a veracidade das afirmações de Carpenter e Loef (1985). As alunas caso manifestaram utilizar esquemas de justificação diferenciados para se convencerem a si próprias e convencerem os outros da validade das suas afirmações. Para justificar os seus resultados recorreram a fontes externas (uma única vez, tarefa 3); exemplos; e por fim a argumentos que validam as suas conjecturas e/ou sustentam as suas opções (Harel & Sowder, 1998; Plaxco, 2011).

Apenas a Carlota manifestou estar no esquema de justificação analítico emergente na resolução de todas as tarefas, demonstrando capacidade de justificação para todas as situações e não apenas para uma situação em particular. Tendo em conta o que refere Fonseca (2011) constatou-se que o pensamento apresentado pela aluna poderia ser “facilmente convertido para a forma de demonstração matemática” (p.7).

Luísa maioritariamente encontrou-se no esquema de justificação empírico (tarefas 1,4 e 5) no qual se baseou em exemplos para justificar as suas afirmações, demonstrando ainda não estar “preparada” para a apresentação de argumentos claros para as suas justificações, começando porém a aperceber-se da necessidade de formas de justificação mais gerais.

Andreia apresentou os esquemas de justificação empírico (tarefas 1,4 e 5) e analítico emergente (tarefas 1,2 e 3) em igual número. Nas tarefas 1,4 e 5 não apresentou argumentos claros para as suas justificações, mas, por outro lado, nas tarefas 1,2 e 3 demonstrou capacidade de justificação para todas as situações e não apenas para uma situação em particular.

Tendo em conta o que referem Fonseca (2004) e Plaxco (2011) a Carlota e a Luísa revelaram apresentar esquemas de justificação diferentes, nomeadamente o esquema de justificação empírico e o esquema de justificação analítico emergente, num curto intervalo de tempo e numa mesma tarefa, especificamente na tarefa 5. Já Andreia manifestou esquemas de justificação diferentes na tarefa 1.

A Luísa foi a única aluna que apresentou as três categorias gerais dos esquemas de justificação num curto intervalo de tempo (Plaxco, 2011).

Outras tarefas teriam permitido a manifestação de outros esquemas de justificação por estas alunas.

Verificou-se que a ferramenta introduzida para aumentar e flexibilizar o léxico utilizado pelos alunos, o “comboio das palavras novas”, surtiu efeitos positivos como é referido por Costa (2007), uma vez que os alunos, aquando da explicação do seu raciocínio, tentavam integrar no seu discurso as palavras novas que surgiam na sala, e se necessitavam olhavam para o cartaz à procura da palavra para confirmar a sua explicação oral. Ao conversar com as alunas caso também constatei que sentiam necessidade de explicar, oralmente ou por escrito, o modo como procederam na realização da tarefa. Assim, pode afirmar-se que esta opção metodológica se revelou muito útil no sentido de encorajar e ajudar os alunos a explicar e justificar o seu pensamento, uma vez que, muitas vezes, os alunos não sabem que palavras usar para explicitar o seu raciocínio. É uma ferramenta a utilizar futuramente.

Dificuldades.

Relativamente às dificuldades apresentadas é importante salientar que estas se manifestaram mais nas tarefas 3 e 5. Estas dificuldades refletiram-se na fase de compreensão do problema e, maioritariamente, na organização dos dados e na listagem das soluções. Penso que as dificuldades apresentadas nestas tarefas podem ter emergido de fatores como a quantidade de dados apresentada na tarefa, a falta de material concreto e o desconhecimento de estratégias para a organização das diferentes possibilidades. Nota-se que as alunas não foram ajudadas a resolver as tarefas. Aconteceu que na tarefa 3 se juntou a inexistência de material manipulável com elevado número de condições do problema. Foram dois aspetos que se conjugaram e aumentaram as dificuldades dos alunos.

Todas as alunas manifestaram dificuldades em organizar as representações e consequentemente em listar todas as soluções da tarefa 5. A Luísa manifestou dificuldades de compreensão e de listar todas as soluções e manter as condições do problema aquando da resolução da tarefa 3. Penso que seja importante, nestes níveis elementares, trabalhar mais a nível da compreensão de problemas, desenvolver a compreensão dos enunciados de modo a “descodificarem” a informação e a selecionarem os dados relevantes à resolução do problema.

Por que razão na tarefa 5 as alunas tiveram dificuldade em organizar as representações das experiências que iam fazendo com o material? Entende-se que esta dificuldade revela a dificuldade de organização do próprio pensamento do aluno. Reconhece-se que a tarefa não é simples, principalmente quando se questionam alunos deste nível etário sobre a “certeza de ter” todas as possibilidades. Mas o desafio é aliciante e os alunos podem ser ajudados a melhorar a organização do seu pensamento e consequentemente as representações, se, tal como foi feito, depois de uma tarefa houver uma discussão geral onde se apresentam várias ideias e modos de ser organizado. Na tarefa 5 essa organização poderia ter sido feita seguindo uma sequência numérica (1-2, 1-3, 1-4, 1-5...) ou um referente direcional. Esta aprendizagem ajudará os alunos em tarefas futuras, que não foi possível confirmar pelo tempo de implementação deste estudo.

Em suma, é possível concluir que o facto de proceder organizadamente ajuda os alunos a garantir a descoberta de todas as possibilidades de resposta a uma dada tarefa.

Considerações finais.

Este estudo manifesta algumas limitações características do tipo de investigação utilizada. Seria importante explorar as tarefas com mais tempo de modo a permitir aos alunos envolverem-se, ainda mais, nas discussões em grande grupo. Assim poderiam defender e justificar as suas ideias matemáticas, desenvolvendo a sua capacidade de comunicação, e também para que pudessem analisar as justificações dadas pelo colega e pelo professor. Seria igualmente necessário alongar o estudo por mais tempo, para que os alunos pudessem desenvolver a sua capacidade de justificar e raciocinar matematicamente. Estudos mais longos, com mais e diversificadas tarefas, poderiam permitir o estabelecimento de relações entre o tipo de raciocínio usado e os esquemas de justificação alcançados. Para potenciar a manifestação de um raciocínio criativo poderiam ter sido apresentadas tarefas mais abertas, tarefas que permitissem várias soluções.

Além disso, realço que para obter um conhecimento mais aprofundado do raciocínio matemático de alunos do 2º ano de escolaridade o estudo devia ser alargado a toda a turma. Os resultados obtidos provêm apenas da análise de cinco tarefas realizadas por três alunas caso, num contexto específico, o que não possibilita a extensão dos resultados a outros contextos. Contudo, é fascinante constatar que, em níveis de escolaridade elementares os alunos são capazes de apresentar argumentos claros e válidos para justificar as suas conjecturas, tal como foi referido por Carpenter e Loeff (1985).

Tendo em conta o que referem Stylianou, Chae e Blanton (2006) e os resultados obtidos com este estudo, penso que no futuro seria interessante realizar estudos para a descoberta de possíveis relações entre os esquemas de justificação utilizados pelos alunos e as suas estratégias para a resolução de problemas. Penso também ser interessante a realização de estudos sobre a importância da utilização de materiais manipuláveis na resolução de problemas, uma vez que a utilização de material concreto foi determinante na resolução das tarefas pois tornou-se elemento facilitador do raciocínio dos alunos.

A elaboração deste estudo foi uma experiência enriquecedora para a minha formação pessoal e profissional pois pude comprovar que perante situações de aprendizagem estimuladoras os alunos conseguem resolver as tarefas propostas de formas que nem o próprio professor teria pensado e que se começam a aperceber da necessidade de justificar “para todas” (Harel & Sowder, 2007 p. 8) as situações.

CAPÍTULO IV

REFLEXÃO GLOBAL SOBRE O PECURSO REALIZADO NA PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA (PES I E PES II)

A formação integrada no Mestrado de Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico permitiu-me experienciar a prática profissional de modo a que pudesse complementar a teoria aprendida ao longo de toda a formação académica com ferramentas fundamentais à prática docente.

É com muita saudade que recordo e reflito sobre esta etapa da minha vida.

A viagem começou num Jardim de Infância do distrito de Viana do Castelo, com um grupo de 25 crianças com idades compreendidas entre os 3 e os 6 anos.

A prática pedagógica iniciou em março de 2011 e as crianças, bem como a Educadora cooperante receberam-me de braços abertos, mostrando-se recetivas e motivadas no decorrer das semanas. Esta experiência em geral e o contexto, em particular, ajudaram-me a crescer e a ter sempre presente a vontade de melhoria e de aposta em materiais e estratégias diferentes e inovadoras. A possibilidade de partilhar ideias e saberes com a Educadora cooperante, e o seu empenho e dedicação à minha prestação foram a motivação para a realização de um bom trabalho. O facto de se tratar de um grupo heterogéneo com ritmos de trabalho diversificados ajudou a que esta experiência se tornasse ainda mais rica, pois sinto que tenho uma noção mais clara do tipo de atividades e propostas que se adequam às diferentes idades e que funcionam; adquiri também ferramentas no que respeita à adequação de uma proposta para as diferentes idades.

A viagem terminou, mas foi muito rica em experiências e significados. As crianças são muito doces, são o melhor do mundo e o seu sorriso no decorrer de uma atividade basta para que nos sintamos bem-sucedidas.

Desde o primeiro contacto com as crianças e com a Educadora cooperante que senti que aquele contexto era especial. A relação entre a Educadora e as crianças é muito próxima, o ambiente familiar e acolhedor do jardim e a própria comunicação entre a educadora e a família são fatores importantes para as crianças se sentirem integradas e seguras pois, como é referido nas OCEPE (ME, 1997): “ A família e a instituição de

educação pré-escolar são dois contextos sociais que contribuem para a educação da mesma criança; importa por isso, que haja uma relação entre estes dois sistemas.” (p.43). Este tipo de relação com as crianças e a relação que a Educadora permitiu que estabelecesse com ela ao integrar-me nas atividades extracurriculares e nos projetos que tinha iniciado ajudou a que me sentisse integrada no jardim-de-infância. Esta possibilidade de participação nas atividades extracurriculares reforçou ainda mais a ideia que eu possuía sobre a importância da relação próxima entre a escola e a família. Como é referido nas OCEPE (ME, 1997), através desta relação “O educador, ao dar conhecimento aos pais e a outros membros da comunidade do processo e produtos realizados pelas crianças (...) favorece um clima de comunicação, troca e procura de saberes entre crianças e adultos.” (p. 45).

Relativamente à minha postura, aquando das primeiras implementações senti que estava um pouco nervosa, talvez insegura, senti algumas dificuldades pois era a primeira vez que estava a estabelecer este tipo de contacto com as crianças, assumindo o papel de educadora e orientando as atividades. O modelo de reflexão proposto pela equipa docente, no início parecia ser um pouco restrito devido à sua estrutura, porém tenho consciência que a sua estrutura facilitou a reflexão pois focou a minha atenção para refletir sobre o que correu bem, o que correu mal, a causa e de que modo poderia corrigir esse aspeto. A reflexão é um dos aspetos mais importantes da prática, pois qualquer educador deve ter a capacidade para parar, pensar, refletir e reformular. Essa é a chave do sucesso para desenvolver um bom trabalho.

Um outro ponto fulcral para o sucesso profissional é a contínua aposta na formação. A formação de um educador/professor deve ser contínua, para que nos vamos atualizando e saibamos como adequar as propostas às nossas crianças. Uma boa educadora não é a que tem muitos anos de experiência, mas sim a que se mantém em constante aprendizagem, reflete sobre as suas práticas e possui uma bagagem, bagagem essa que nunca está completa.

Sinto que durante esta fase cresci e com o passar do tempo melhorei aspetos menos positivos da minha prestação introduzindo algumas estratégias de modo a cativar

a atenção das crianças; proporcionando às crianças experiências significativas; apostando na construção de materiais apelativos.

No que respeita à inclusão do projeto de empreendedorismo nas práticas, penso que este projeto é uma mais-valia para as crianças, e também, uma ótima ferramenta de trabalho para mim, pois como futura educadora/professora posso apropriar-me de algumas estratégias para diversificar as propostas e atrair a atenção do grupo para a realização de atividades. No entanto tenho necessidade de anotar que senti alguma dificuldade em gerir este projeto com todo o grupo. Eram muitas crianças, com idades muito díspares e ritmos de trabalho muito diferenciados. Ao longo desta experiência senti também que o facto de adaptar o projeto de empreendedorismo e construir a ação, com enfoque nas intenções das crianças seria mais enriquecedor do que seguir o manual, pois apesar de este ter uma intencionalidade pedagógica, propõe certas atividades que precisam ser reformuladas no sentido de uma melhor adequação ao grupo de crianças.

Um fator essencial neste nível de ensino é a capacidade de comunicação do educador, pois segundo as OCEPE (ME, 1997) a forma como o educador se exprime deve promover/motivar a interação com as crianças. Para tornar esta interação ainda mais rica, o educador pode utilizar a expressão dramática como meio para o desenvolvimento da comunicação na criança. A expressão dramática é uma área que potencia o desenvolvimento de um conjunto de capacidades na criança, como por exemplo, a exploração da palavra (lida, falada, cantada); o desenvolvimento da noção de espaço físico; o desenvolvimento da criatividade; a expressividade do corpo e da voz; a produção e criação de sons; a capacidade de atenção/concentração. Esta ideia é partilhada por Sousa (2003) quando refere que a “ expressão dramática é um dos meios mais valiosos e completos de educação”(p.168). A amplitude da sua ação, abrangendo quase todos os aspectos importantes do desenvolvimento da criança e a grande diversificação de formas que pode tomar, podendo ser regulada conforme os objectivos, as idades e os meios de que dispõe, tornam-na, por excelência, a principal forma de atividade educativa. Todas estas capacidades vão sendo desenvolvidas através de jogos expressivos e criativos. As atividades de expressão dramática levam a que a brincadeira auxilie a aprendizagem. Assim o jogo deve ser utilizado na escola não apenas na vertente lúdica, mas conciliando

também a vertente educativa. Sinto que deveria ter recorrido ainda mais à expressão dramática. No pré-escolar senti mais “facilidade” em articular esta área com as demais, porém no 1º ciclo senti alguma dificuldade pois “estava definido” que a expressão dramática apenas era trabalhada nas atividades extra curriculares.

É importante possuir uma visão ampla e não ver a planificação como algo estanque, esta deve ser flexível sem nunca perder o seu caráter de intencionalidade pedagógica. O educador deve ter a capacidade de agarrar as situações que emergem das crianças, promover a sua participação ativa e também orientar as suas participações de modo a direcioná-las para a temática que está a ser trabalhada.

De modo geral faço um balanço positivo desta etapa concluída em junho de 2012.

O tempo foi curto mas a riqueza da experiência foi enorme: empenhei-me, dediquei-me, estabeleci uma relação afetuosa com as crianças.

A viagem termina, mas é chegada a hora de viver uma nova experiência iniciando uma nova viagem em outubro de 2012. Esta viagem foi realizada num Centro Escolar do distrito de Viana do Castelo com uma turma de 2º ano de escolaridade constituída por 24 alunos. Logo desde a primeira semana de intervenção pedagógica que a turma evidenciou interesse nas propostas apresentadas e vontade de participar nos diálogos em grande grupo. Trata-se de um conjunto de alunos muito vivo, comunicativo, interventivo, alegre, mas ao mesmo tempo um pouco agitados no desenrolar das atividades letivas.

Ao longo das semanas de regência apercebi-me que é importante que um professor tenha capacidade de improviso, ou então deve sempre preparar tarefas a mais, de modo a estar preparado quando ocorrem situações em que alguns alunos concluem mais rapidamente as tarefas. Para tal, de forma a evitar situações de espera por parte dos alunos que concluem as tarefas com mais rapidez, em parceria com o par de estágio, foi implementada na sala de aula uma “Caixa de desafios”. Esta caixa continha propostas de todas as áreas curriculares e tinha como objetivo manter os alunos mais rápidos concentrados na realização de uma tarefa, enquanto os alunos que têm mais dificuldades são acompanhados pela professora e concluem a atividade. A introdução da “Caixa dos desafios” foi bem-sucedida. Este recurso produziu efeitos positivos no que respeita à diminuição da agitação na turma aquando da rápida consecução de uma tarefa. Os alunos

mais despachados, enquanto realizavam um desafio, estavam “ocupados” e não distraíam os colegas que ainda não tinham concluído a tarefa.

Ao longo da prática fui-me apercebendo que “Os materiais manipuláveis (estruturados e não estruturados) têm um papel importante na aprendizagem (...) permitem estabelecer relações e tirar conclusões, facilitando a compreensão de conceitos.” (ME, 2007 p.21). Nestas idades os alunos necessitam recorrer ao material concreto para conseguirem concretizar a situação e resolver a tarefa. O material acaba por ser um meio facilitador da compreensão daquilo que é pretendido.

Ainda no que respeita à área da Matemática, desde os primeiros anos de escolaridade que os alunos devem ser estimulados no sentido de desenvolverem o vocabulário, o raciocínio e a capacidade de *comunicação* e, tal como é referido no Programa de Matemática para o Ensino Básico (ME, 2007) “Os alunos devem ser capazes de, oralmente e por escrito, descrever a sua compreensão matemática e os procedimentos matemáticos que utilizam. Devem, igualmente, explicar o seu raciocínio, bem como interpretar e analisar a informação que lhes é transmitida por diversos meios” (p.5). Ao longo da minha intervenção procurei sempre encorajar os alunos a verbalizar o seu raciocínio e a explicar como procederam. Mesmo antes de iniciar a recolha de dados para o estudo tentei que os alunos se sentissem encorajados a comunicar e a participar nas discussões, partilhando ideias e conhecimentos.

Nestas idades devem ser também realizadas atividades para o desenvolvimento da capacidade de cálculo mental dos alunos, pois como referem Pimentel, Vale, Freire, Alvarenga e Fão (2010) “ O cálculo mental deve ser o ponto de partida para a exploração de situações numéricas. Se esta aptidão for trabalhada desde muito cedo, os alunos serão capazes de olhar para os números e usar a sua própria estratégia para calcular mentalmente. ” (p. 8). Nas minhas intervenções apercebi-me que os alunos necessitavam exercitar o cálculo mental, assim, em parceria com o meu par de estágio, adotamos uma rotina: todos os dias antes de iniciar as atividades colocávamos questões aos alunos que estivessem ligadas com o dia em que estávamos.

Também a utilização de recursos multimédia se demonstra eficaz quando utilizada como complemento de ensino, uma vez que, como referem Lopes e Silva (2010) o recurso

multimídia tem como objetivo “facilitar a aprendizagem dos alunos” (p. 253). Durante a realização de atividades interativas os alunos receberam “informações precisas sobre seu progresso de uma forma contínua” (Lopes & Silva, 2010, p.254), fornecido pela aplicação utilizada. Segundo estes autores “fornecer feedback pode reforçar o que foi aprendido e podendo também corrigir eventuais equívocos ou concepções alternativas” (p. 254), sendo vantajosa a utilização destes recursos.

Durante as minhas semanas de regência tentei sempre realizar o acompanhamento do trabalho individual dos alunos que sentem mais dificuldades na realização das tarefas, para tal estabelecia um diálogo com os alunos no sentido de com a colocação de questões ajudá-los a organizar o seu pensamento, descendo fisicamente ao nível dos alunos.

À medida que o tempo passava e que iam sendo explorados textos/histórias com os alunos, na área de Língua Portuguesa, tentei sempre, em parceria com o meu par de estágio, promover o diálogo e o autoquestionamento nos alunos, que como referem Lopes e Silva (2010) “é mais do que fazer perguntas sobre um texto, implica também que os alunos façam previsões sobre ele. Para isso, têm (...) de usar os seus conhecimentos prévios no processo de elaborar questões e fazer previsões.” (p.93). Antes de passar à leitura do texto eram colocadas questões aos alunos com o intuito de “despertar a curiosidade do leitor”. (Lopes & Silva, 2010, p.93).

A experiência neste nível de ensino mostrou-me que as estratégias de autoquestionamento podem ajudar os alunos a melhorar a compreensão do que leem, para isso, precisam que “o professor os ajude a colocar continuamente questões, a prever, a confirmar, corrigir e a conciliar as informações que recolhem com as previsões que fazem sobre o material que lêem.” (Lopes & Silva, 2010, p.94).

A minha atitude ao longo do estágio foi sempre muito recetiva à reflexão e à vontade de melhorar. Este estágio, veio reforçar ainda mais a importância de parar, pensar, refletir e reformular porque cada contexto é único e, por vezes, preparamos uma atividade e pensamos que vai resultar e quando a implementamos não tem o resultado esperado e sentimos necessidade de reformular a atividade ou até mesmo de a terminar.

No que respeita à organização da PES penso que a PES II foi mais organizada do que a PES I, na medida em que na equipa de professores supervisores apenas havia um grupo constituído por dois supervisores. Penso que o atendimento para dialogar sobre as planificações e as reflexões conjuntas deveria ser estruturado de modo a reduzir tempos de espera e a organizar os pares de estágio.

Resta-me agradecer ao grupo de professores supervisores pela sua atenção e disponibilidade para esclarecer as nossas dúvidas.

A viagem foi longa mas infelizmente já terminou: só tenho de agradecer à Professora cooperante pela partilha de saberes e experiência que realizou comigo e com a minha colega e por ter sido uma Professora Cooperante, no sentido em que estava sempre presente e disposta a ajudar e a partilhar os seus conhecimentos e estratégias. Espero ter conseguido apropriar-me dos requisitos necessários para ter um futuro profissional bem-sucedido. Havia ainda muito para fazer mas esta fase do meu percurso académico terminou e agora resta-me saber retirar dela tudo aquilo que aprendi ao contactar com este contexto, com estes alunos e recordar todos os momentos com muito carinho.

Foram as crianças e o gosto por elas e pelas experiências que elas me proporcionam que fizeram com que eu procurasse sempre melhorar a minha intervenção.

As crianças são a força que me move, são elas que dão cor e alegria ao nosso mundo.

As crianças são o melhor do mundo!

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aliseda, A. (2003). Mathematical reasoning vs. abductive reasoning: A structural approach. *Synthese*, 134, 25-44.
- Baroody, A. J. (1993). *Problem solving, reasoning and communicating, K-8: helping children think mathematically*. New York: Macmillian.
- Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência Matemática no Ensino Básico: Programa de Formação Contínua em Matemática para professores dos 1º e 2º ciclos de Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora.
- Cabrita, I., Coelho, C., Vieira, C., Malta, E., Vizinho, I., Almeida, J., Gaspar, J., Pinheiro, J., Nunes, M., Sousa, O. & Amaral, P. (2010). *Experiências de aprendizagem matemática significantes*. Aveiro: Universidade de Aveiro.
- Carpenter, T., & Loef, M. (1985). Justification and Proof. In Mason, J., Burton, L., Stacey, K. (Eds.) *Thinking Mathematically*. (pp. 85-103). Wokingham: Addison – Wesley Publishing Company.
- Costa, A. M. (2007). *A importância da Língua Portuguesa na aprendizagem da Matemática*. \Tese de Mestrado\, Universidade do Minho, Portugal.
- Damas, E., Oliveira, V., Nunes, R., & Silva, L. (2010). *Alicerces da Matemática – guia prático para professores e educadores*. Porto: Areal Editores.
- Devlin, K. (2012). *Introduction to Mathematical Thinking*. Keith Devlin Eds.
- English, L. (1999). Reasoning by analogy – a fundamental process in children's mathematical learning. In Leo Stiff (Ed.), *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12* (pp.22-36). Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics.
- Fernandes, D., Vale, I., Silva, J.C., Fonseca, L. & Pimentel, T. (1998). *Matemática 7 – Livro de texto de matemática para o 7º ano*. Porto: Areal Editores.
- Fonseca, L. (1995). *Três futuros professores perante a resolução de problemas: concepções e processos utilizados*. \Tese de Mestrado\ , Universidade do Minho, Portugal.
- Fonseca, L. (1997). Processos utilizados na resolução de problemas por futuros professores de Matemática. Em D. Fernandes, F. Lester, A. Borralho, I. Vale (coord.), *Resolução de problemas na formação inicial de professores de Matemática – Múltiplos Contextos e Perspectivas*, (pp. 39-68). Aveiro: GIRP.
- Fonseca, L. (2004). *Formação inicial de professores de Matemática: A demonstração em geometria*. \Tese de doutoramento\, Universidade de Aveiro, Portugal.
- Fonseca, L. (2011). *Esquemas de justificação*. Apontamentos da Unidade Curricular Temas de Matemática e de Ciências do Mestrado de Didática da Matemática e de Ciências da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo. (documento não publicado).
- Harel, G. & Sowder, L. (1998). Student's proof schemes: results from exploratory studies. In A. Schoenfeld, J. Kaput & E. Dubinsky (Eds.) *Research in collegiate mathematics education III*. (pp. 234 - 283). Providence, RI: AMS.

- Harel, G. & Sowder, L. (2007). Toward Comprehensive Perspectives on the Learning and Teaching of Proof. In I. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Reston: NCTM.
- House, P. (1999). Mathematical reasoning in the eye of the beholder. In Leo Stiff (Ed.), *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12*, (pp.37-44). Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics.
- Krulik, S., & Rudnick, J. (1999). Innovative tasks to improve critical and creative thinking skills. In Leo Stiff (Ed.), *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12*, (pp.138-145). Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics.
- Lopes, J., & Silva, H. (2010). *O professor faz a diferença*. Lisboa: LIDEL.
- Máximo-Esteves, L. (2008). *Visão panorâmica da investigação-ação*. Porto: Porto Editora.
- Ministério da Educação (ME) (1997). *Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar*. Lisboa: ME.
- Ministério da Educação (ME) (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: ME-DGIDC.
- Moreira, L. (2008). Resolvo problemas, logo penso. *Educação e Matemática*, 100, 11-17.
- Nickerson, R. (1994). The teaching of thinking and problem solving. In R.J. Sternberg (Ed.), *Thinking and problem solving*, (pp.409-419). London: Academic Press.
- NCTM (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em Matemática Escolar* [tradução portuguesa dos Standards do National Council of Teachers of Mathematics]. Lisboa: APM; Instituto de Inovação Educacional.
- NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.
- Oliveira, P. (2002). *A investigação do professor, do matemático e do aluno: Uma discussão epistemológica*. Dissertação de Mestrado, Universidade de Lisboa, Portugal.
- Oliveira, P. (2008). O raciocínio matemático à luz de uma epistemologia soft. *Educação e Matemática*, 100, 3-9.
- Pimentel, T., Vale, I., Freire, F., Alvarenga, D., & Fão, A. (2010). *Matemática nos primeiros anos – tarefas e desafios para a sala de aula*. Lisboa: Texto Editores.
- Plaxco, D.B. (2011). *Relationship between student's proof schemes and definitions*. Master of Science in Mathematics. Virginia: Polytechnic Institute and State University.
- Pólya, G. (1954). *Mathematics and plausible reasoning: Induction and analogy in Mathematics*. New Jersey: Princeton University Press.
- Pólya, G. (1973). *How to solve it*. Princeton. Princeton University Press.
- Pólya, G. (1980). On solving problems in high school. In S. Krulik & R. Reys (Eds.), *Problem Solving in School Mathematics* (pp. 1-2). Reston: NCTM.
- Ponte, J.P. (2005). Gestão curricular em Matemática. Em GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular*. (pp.11-34). Lisboa: APM.
- Ponte, J.P., Branco, N., & Matos, A. (2008). O simbolismo e o desenvolvimento do pensamento algébrico. *Educação e Matemática*, 100, 89-96.
- Russel, S. (1999). Mathematical reasoning in Elementary Grades. In Leo Stiff (Ed.), *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12* (pp.1-12). Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics.
- Semana, S. & Santos, L. (2008). A avaliação e o raciocínio matemático. *Educação e Matemática*, 100, 51-58.

- Schultz-Ferrel, K., Hammond, B. & Robles, J. (2007). *Introduction to reasoning and proof (Grades Prek-2)*. Portsmouth: Heinemann.
- Simon, M. (1996). Beyond inductive and deductive reasoning: The search for a sense of knowing. *Educational Studies in Mathematics*, 30, 197-210.
- Soares, C. (2012). *A importância da compreensão na resolução de problemas de processo – um contributo para a Educação Pré-Escolar*. Relatório Final da Prática de Ensino Supervisionada II, Escola Superior de Educação de Viana do Castelo, Portugal.
- Sousa, A.B. (2003). *Educação pela arte e Artes na Educação*. Lisboa: Horizontes Pedagógicos.
- Sousa, H.D. (coord.).(2012). *Projecto Testes Intermédios - Relatório 2011*. Gave.
- Steen, L. (1999). Twenty Questions about Mathematical Reasoning. In Leo Stiff (Ed.), *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12* (pp.175-187). Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics.
- Sternberg, R. (1999). The nature of Mathematical Reasoning. In Leo Stiff (Ed.), *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12* (pp.37-44). Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics.
- Stylianou, D., Chae, N., Blanton, M. (2006) Students proof schemes: a closer look at what characterizes students proof conceptions. In Alatorre, S., Cortina, J.L., Sáiz, M., and Méndez, A. (Eds). *Proceedings of the 28th annual meeting of the North American chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.(pp. 54-60) Mérida, México: Universidad Pedagógica Nacional.
- Vale, I. (2004). Algumas notas sobre investigação qualitativa em educação matemática, o estudo de caso. Em I. Vale e J. Portela (Eds.), *Revista da Escola Superior de Educação*, 5, pp.171-200.
- Vale, I. , & Pimentel, T. (2004). Resolução de problemas. Em P. Palhares (coord.), *Elementos da Matemática para professores do Ensino Básico* (pp. 7-51). Lisboa: Lidel.
- Vale, I., Fão, A., Portela, F., Geraldés, F., Fonseca, L., Gigante, M., Lima, S. & Pimentel, T. (2006) *Matemática no 1º Ciclo – Propostas para a sala de aula*. Viana do Castelo: ESEVC.

ANEXOS

ANEXO A

Planificação da semana de 22 a 24 de outubro de 2012

Mestrandas: Luísa Mariana Carmo e Vânia Esteves Dia da semana: 22 de outubro de 2012		
Rotina diária		
S E G U N D A - F E I R A	Horas	Atividades
	9:00 – 10:30	Língua Portuguesa <i>“Casos de leitura – br;cr;dr;fr;vr;tr;pr”</i>
	10:30 – 11:00	Intervalo
	11:00 – 12:00	Expressão físico-motora <i>“Deslocamentos e equilíbrios”</i>
	12:00 – 13:30	Almoço
	13:30 – 14:30	Matemática <i>“Numerais 120 ao 130”</i>
	14:30 – 15:30	Estudo do Meio <i>“Experiências com ar ”</i>

Mestranda: Vânia Filipa Pereira Esteves			Centro Escolar	
Ano: 2º ano de escolaridade data: 22 de Outubro de 2012 Área disciplinar: Língua Portuguesa Tempo: 13:30 – 15:30h				
Temas /Conteúdos /Blocos	Competências/Objectivos específicos	Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)	Materiais/re cursos/espacos físicos	Avaliação
<div>- Leitura em voz alta</div> <div>- Sons e fonemas</div> <div>- Sílaba</div>	<div>Leitura: - Ler em voz alta; - Identificar os sons da palavra e estabelecer a correspondência som-letra e letra-som.</div> <div>Compreensão do oral: - Prestar atenção ao que ouve de modo a tornar possível apropriar-se de novos vocábulos e associar palavras ao seu significado; - Identificar sílabas.</div> <div>Expressão oral: - Articular corretamente palavras; - Participar em atividades de expressão orientando respeitando regras e papéis específicos (ouvir os outros; esperar pela sua vez).</div> <div>Escrita: - Elaborar, por escrito, respostas a questionários e atividades.</div> <div>Conhecimento explícito da língua: - Manipular os sons da língua e observar os efeitos produzidos (produzir palavras por alteração de elementos); - Comparar dados e descobrir regularidades. - Identificar sílabas</div>	<p>A aula inicia-se com a colocação de breves questões aos alunos relativamente ao seu fim de semana: “Alguém tem novidades do fim de semana?”; “Querem partilhar algo que fizeram no fim de semana com os vossos colegas?”. De seguida, é eleito o chefe de turma.</p> <p>Posteriormente a professora estagiária entrega a cada aluno um pequeno texto (anexo1) e pede aos alunos para que após escreverem o nome e a data no caderno diário, o leiam individualmente e em silêncio. De seguida, será realizada a leitura do texto em grande grupo e também será pedido a alguns alunos que realizem a leitura individualmente. Será também realizada uma atividade de leitura orientada em que os alunos assumem os papéis das personagens e do narrador do texto. O texto será explorado com questões: “Quantos parágrafos tem o texto?”; “Quem é a autora do texto?”.</p> <p>Após a resposta a estas questões, a professora estagiária explicará aos alunos que no texto está presente um caso de leitura: br;cr;dr;tr;pr;vr; fr, fazendo também referência ao cartaz alusivo a este caso de leitura que se encontra exposto na sala de aula. Assim, individualmente os alunos deverão identificar, no texto, recorrendo ao uso de lápis de cor, as palavras que possuem o caso de leitura referido.</p> <p>Seguidamente a professora estagiária solicita aos alunos que indiquem quais as palavras que possuem este caso de leitura e escreve-as no quando branco.</p> <p>De modo a consolidar a aprendizagem, será entregue uma ficha a cada aluno (anexo 2) com exercícios acerca do caso de leitura identificado no texto.</p> <p>À medida que os alunos vão realizando os exercícios estes serão corrigidos em grande grupo.</p> <p>A professora estagiária indica aos alunos que os exercícios 5,6,7 e 8 dessa ficha serão para trabalho de casa.</p>	<div>- Sala de aula;</div> <div>- Texto (anexo 1);</div> <div>- Ficha de trabalho (anexo2).</div>	<div>- Fala de forma clara e audível;</div> <div>- Sabe escutar;</div> <div>- Compreende o essencial do texto;</div> <div>- Espera pela sua vez de saber pedir a palavra;</div> <div>- Lê com clareza;</div> <div>- Escreve frases respeitando as regras básicas de ortografia e pontuação;</div> <div>- Manipula e compara dados para descobrir regularidades no funcionamento da língua;</div> <div>- Identifica sílabas.</div>

Mestranda: Vânia Filipa Pereira Esteves			Centro Escolar	
Ano:2º ano de escolaridade data: 22 de Outubro de 2012 Área disciplinar: Expressão Físico Motora Tempo: 11h – 12h				
Temas /Conteúdos /Blocos	Competências/Objectivos específicos	Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)	Materiais/recursos/espacos físicos	Avaliação
- Deslocamentos e equilíbrios	<ul style="list-style-type: none">- Identificar números maiores e menores que 100;- Motivar o grupo;- Respeitar os colegas;- Praticar jogos infantis respeitando as suas regras;- Realizar deslocamentos;- Movimentar-se de acordo com as indicações dadas;- Realizar posições de equilíbrio corretamente;- Desenvolver a destreza motora, a coordenação e a socialização;- Aperfeiçoar a noção de equilíbrio;- Desenvolver a atenção e a	<p>Parte inicial: <u>Maiores e menores que 100</u> Para iniciar a sessão, a professora estagiária irá dividir os alunos em dois grupos e distribuirá a cada criança de cada grupo, um cartão que deve ser pendurado ao pescoço. Esse cartão contém um numeral entre 0 e 130. De seguida, escolhe duas crianças, sendo que uma irá apanhar todos os números maiores que 100 e a outra irá apanhar todos os números menores que 100. O aluno que estiver a apanhar, por exemplo, os colegas que possuem um cartão com números maiores que 100, conforme toca nos colegas vai formando o seu grupo, correndo com eles (de mãos dadas) com o objetivo de apanhar os colegas que faltam para preencher o grupo dos números maiores que 100. O jogo termina, quando todos os elementos de cada grupo estiverem todos apanhados. Os cartões com os números encontram-se em anexo (ver anexo 3).</p> <p>Parte fundamental: A professora estagiária divide as crianças em quatro grupos. Cada grupo terá de permanecer sentado e em fila (uns atrás dos outros). O primeiro elemento de cada grupo irá segurar numa bola. Quando a professora estagiária bater uma palma (sinal de início do jogo), o aluno que possui a bola deve passá-la ao colega que estará sentado atrás, e assim sucessivamente, até que a bola chegue ao último aluno do grupo que irá segurá-la, levantar-se e correr para a frente, e sentar-se no início da fila. Este ciclo repete-se até que o grupo chegue à meta, indicada inicialmente pela professora estagiária. O grupo que concretizar o percurso em primeiro lugar ganha o jogo.</p> <p>Parte final: Os alunos deslocam-se livremente pelo espaço. Quando a professora disser posições de equilíbrio, estes terão de realizá-las e manter-se estáticos. (avião, pé coxinho, posição de</p>	<p>-Polivalente;</p> <p>- cartões com números maiores e menores que 100;</p> <p>- 4 bolas.</p>	<ul style="list-style-type: none">- Identifica os números maiores que 100;- Identifica os números maiores que 100;- Motiva o grupo;- Respeita os colegas;- Pratica jogos infantis respeitando as suas regras;- Realiza deslocamentos;- Movimenta-se de acordo com as indicações;- Realiza posições de equilíbrio corretamente;- Retorna à calma.

	concentração.	flexão, pontas dos pés).		
--	---------------	--------------------------	--	--

Mestranda: Vânia Filipa Pereira Esteves			Centro Escolar	
Ano:2º ano de escolaridade data: 22 de Outubro de 2012 Área disciplinar: Matemática Tempo: 13:30 – 14:30h				
Temas /Conteúdos /Blocos	Competências/Objectivos específicos	Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)	Materiais/r ecursos/esp aços físicos	Avaliação
<div>- Números naturais</div> <div>- Operações com números naturais (adição e subtração)</div> <div>- Resolução de problemas</div>	<div>- Comparar e ordenar números;</div> <div>- Realizar contagens regressivas e progressivas, representando os números envolvidos;</div> <div>- Ler e representar números até 130;</div> <div>- Compreender a adição nos sentidos combinar e acrescentar;</div> <div>- Decompor números;</div> <div>- Identificar diferentes representações do mesmo número.</div> <div>- Identificar o objetivo e a informação relevante para a resolução de um problema;</div> <div>Compreender a subtração nos sentidos retirar, comparar e completar;</div> <div>- Utilizar estratégias de cálculo mental;</div> <div>Compreender a adição nos sentidos combinar e acrescentar;</div> <div>- Conceber e pôr em prática uma estratégia de resolução de problemas.</div>	<div>A sessão de matemática será iniciada com a introdução dos números do 120 ao 130. Para tal, a professora estagiária realizará com os alunos a contagem 1 a 1 dos números desde o 120 até ao 130. Seguidamente, os alunos, no caderno realizarão a decomposição dos números (120 até 130) por ordens, seguindo o exemplo que a professora estagiária coloca no quadro: 120= 100 + 20 + 0 = 1 centena, 2 dezenas e 0 unidades.</div> <div>Após os alunos concluírem a decomposição dos números a professora estagiária, com recurso ao ábaco de ordens, representa números e os alunos devem identificar as ordens dos números representados (centenas, dezenas, unidades). Será também pedido aos alunos para que realizem a leitura dos números representados de diferentes formas, por exemplo, 125=125unidades; 1 centena;2 dezenas e 5 unidades; 1 cento e 1 quarteirão. Números a representar: 100,106,112,118,121,124,125,130.</div> <div>Posteriormente será pedido aos alunos que abram o livro de fichas de matemática na ficha de trabalho nº 5 (anexo 4). A resolução dos exercícios propostos será realizada em grande grupo de forma a promover o diálogo e a comunicação/explicação de estratégias de cálculo mental.</div>	<div>- Sala de aula;</div> <div>- Ábaco de ordens;</div> <div>- Manual de matemática (anexo 5);</div> <div>- Ficha de trabalho nº 5 (anexo 4)</div>	<div>- Compara e ordena números;</div> <div>- Realiza contagens progressivas e regressivas, representando os números;</div> <div>- Lê e representa os números até 130;</div> <div>- Utiliza estratégias de cálculo mental;</div> <div>- Identifica e indica diferentes formas de representar o mesmo número;</div> <div>- Decompõe os números;</div> <div>- Compreende a adição nos sentidos combinar e acrescentar;</div> <div>- Compreende a subtração nos sentidos retirar, comparar e completar;</div> <div>- Identifica a informação relevante para a resolução de um problema;</div> <div>- Concebe e coloca em prática uma estratégia de resolução de problemas.</div>

4. Na quinta da avó da Inês, há galinhas e pintainhos. **Observa** a imagem.

4.1 No galinheiro há 5 galinhas.
Cada galinha tem 10 pintainhos.

Quantos pintainhos há? Explica como pensaste.



4.2 No galinheiro há também outras aves. Ao todo, a Inês contou 120 patas.
Descobre **quantas** são as outras aves.

De modo a consolidar as aprendizagens, a professora estagiária indica a página 29 do manual de Matemática “A grande Aventura” da Texto Editora (anexo 5) será o trabalho de casa.

Mestranda: Vânia Filipa Pereira Esteves			Centro Escolar	
Ano:2º ano de escolaridade data: 22 de Outubro de 2012 Área disciplinar: Estudo do Meio Tempo: 14:30 – 15:30h				
Temas /Conteúdos /Blocos	Competências/Objectivos específicos	Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)	Materiais/recursos/espacos físicos	Avaliação
- À descoberta dos materiais e dos objetos: Investigação	<ul style="list-style-type: none">- Reconhecer a existência do ar;- Reconhecer que o ar ocupa espaço.	<p>A professora estagiária mostra uma garrafa vazia aos alunos, e a partir da sua observação serão colocadas algumas questões, tais como: “o que há dentro desta garrafa?”; “ Vocês já ouviram falar no ar?”; “Há ar nesta sala?”; “Vocês respiram nesta sala?”; “ E o que precisamos para respirar?”; “ Então o que há dentro desta garrafa?”.</p> <p>A partir deste diálogo a professora estagiária pergunta aos alunos o que acontecerá se apertar a garrafa (sem tampa). As previsões dos alunos serão registadas no quadro e, de seguida, a professora pede a um aluno para apertar a garrafa (sem tampa). Após todos visualizarem que é possível apertar a garrafa a professora estagiária coloca a tampa na garrafa e questiona os alunos no sentido de saber quais as suas previsões. Depois de as registar pede a um outro aluno que tente apertar a garrafa. Depois de tentar o aluno aperceber-se-á que não consegue apertar a garrafa e a professora estagiária estabelecerá um diálogo com os alunos no sentido de levá-los a perceber o que aconteceu de uma situação para a outra, e confronta as suas previsões com o que verificaram através da realização da experiência.</p>	<ul style="list-style-type: none">- Sala de aula;- Garrafa de plástico;- Tampa.	<ul style="list-style-type: none">- Compreende que o ar é invisível mas existe;- Compreende que os objetos apesar de vazios têm ar;- Percebe que o ar está presente em qualquer lugar/espaço;- Reconhece que o ar ocupa espaço.

Mestrandas: Luísa Mariana Carmo e Vânia Esteves		
Dia da semana: 23 de outubro de 2012		
Rotina diária		
T E R Ç A - F E I R A	Horas	Atividades
	9:00 – 10:30	Matemática <i>“Números e operações com números naturais com recurso ao ábaco”</i>
	10:30 – 11:00	Intervalo
	11:00 – 12:00	Estudo do Meio <i>“Mais Experiências com o ar ”</i>
	12:00 – 13:30	Almoço
	13:30 – 15:30	Língua Portuguesa <i>“Vocabulário: sinónimos”</i>

Mestranda: Vânia Filipa Pereira Esteves			Centro Escolar	
Ano:2º ano de escolaridade data: 23 de Outubro de 2012 Área disciplinar: Matemática Tempo: 09:00 – 10:30h				
Temas /Conteúdos /Blocos	Competências/Objectivos específicos	Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)	Materiais/r ecursos/esp aços físicos	Avaliação
- Números naturais - Operações com números naturais (adição e subtração)	- Comparar e ordenar números; - Realizar contagens regressivas e progressivas, representando os números envolvidos; - Utilizar estratégias de cálculo mental; - Identificar diferentes representações do mesmo número; - Ler e representar números até 130; - Decompor números; - Compreender a adição nos sentidos combinar e acrescentar; - Compreender a subtração nos sentidos retirar, comparar e completar; - Utilizar estratégias de cálculo mental; - Identificar diferentes representações do mesmo número.	<p>Para iniciar a sessão de matemática a professora estagiária coloca questões aos alunos que envolvam o número 23 – trabalhar à volta do dia. É sugerido aos alunos que coloquem questões aos colegas relacionadas com o número 23, por exemplo, “quanto é 23 – 10?”.</p> <p>Após a exploração do número será corrigido o trabalho de casa – página 29 do Manual de Matemática, “A grande Aventura” da Texto Editora, em grande grupo.</p> <p>Ao corrigir a ficha em grande grupo é possível identificar quais as estratégias de resolução de problemas mais utilizadas pelos alunos, e questioná-los no sentido de compreender o seu raciocínio.</p> <p>Após a correção do trabalho de casa, a professora estagiária pede aos alunos que abram o manual de Matemática “A grande Aventura” na página 38 (anexo 6), e que resolvam os exercícios propostos depois de realizarem a leitura dos exercícios em grande grupo. À medida que os alunos vão resolvendo as atividades a professora estagiária circula pela sala de modo a acompanhar os alunos e a esclarecer dúvidas que entretanto possam surgir.</p> <p>Antes de terminar a sessão a professora estagiária indica que os exercícios propostos na página 39 do manual (anexo 7) serão o trabalho de casa.</p>	- Sala de aula; - Manual de Matemática “A grande Aventura”.	- Compara e ordena números; - Realiza contagens regressivas e progressivas, representando os números envolvidos; - Lê e representa números até 130; - Decompõe números; - Compreende a adição nos sentidos combinar e acrescentar; - Compreende a subtração nos sentidos retirar, comparar e completar; - Utiliza estratégias de cálculo mental; - Identifica diferentes representações do mesmo número.

Mestranda: Vânia Filipa Pereira Esteves			Centro Escolar	
Ano:2º ano de escolaridade data: 23 de Outubro de 2012 Área disciplinar: Estudo do Meio Tempo: 11:00 – 12:00h				
Temas /Conteúdos /Blocos	Competências/Objectivos específicos	Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)	Materiais/recursos/espacos físicos	Avaliação
- À descoberta dos materiais e dos objetos: Investigação	- Reconhecer a existência do ar	<p>Tendo em conta que, na sessão anterior, os alunos realizaram uma atividade prática sobre a existência do ar na sala de aula (interior) e para dar continuidade a este tema realizar-se-á uma atividade prática para identificar a presença do ar no recreio (exterior). É uma atividade sugerida pelo manual de Estudo do Meio - “A grande Aventura” – página 22 (anexo 8) .</p> <p>A professora estagiária explora a atividade com os alunos na sala de aula e os alunos registam as suas previsões no manual.</p> <p>Seguidamente a professora estagiária desloca-se com os alunos para o recreio e entrega um saco de plástico com asas a cada aluno. Pede-lhes que segurem no saco pelas asas e que corram pelo recreio, observando o que acontece ao saco.</p> <p>Posteriormente a professora estagiária pede aos alunos para se sentarem em círculo no recreio e discutirem o que verificaram. Depois estes são levados para a sala de aula e registam as suas conclusões no manual.</p> <p>Nota: Os alunos serão alertados para o perigo do uso indevido dos sacos de plástico. Não devem em circunstância alguma colocar o saco sobre a cabeça pois podem asfixiar.</p>	<p>- Sala de aula;</p> <p>- Espaço exterior (recreio);</p> <p>- Saco plástico com asas;</p> <p>- Manual de Estudo do Meio.</p>	<p>- Compreende que o ar é invisível mas existe;</p> <p>- Compreende que os objetos apesar de vazios têm ar;</p> <p>- Percebe que o ar está presente em qualquer lugar/espaco.</p>

Mestranda: Vânia Filipa Pereira Esteves			Centro Escolar	
Ano:2º ano de escolaridade data: 23 de Outubro de 2012 Área disciplinar: Língua Portuguesa Tempo: 13:30 – 15:30h				
Temas /Conteúdos /Blocos	Competências/Objectivos específicos	Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)	Materiais/re cursos/espacos físicos	Avaliação
<div>- Leitura em voz alta</div> <div>- Vocabulário (sinónimos)</div>	<div>Leitura:</div> <div>- Ler em voz alta.</div> <div>Compreensão do oral:</div> <div>- Prestar atenção ao que ouve de modo a tornar possível apropriar-se de novos vocábulos e associar palavras ao seu significado;</div> <div>- Identificar palavras desconhecidas;</div> <div>- Responder a questões acerca do que ouviu.</div> <div>Expressão oral:</div> <div>- Articular corretamente palavras.</div> <div>Escrita:</div> <div>- Elaborar, por escrito, respostas a questionários e atividades.</div> <div>Conhecimento explícito da língua:</div> <div>- Estabelecer relações de sinonímia entre palavras.</div>	<div>A professora estagiária inicia a sessão entregando a cada aluno uma ficha, a qual é composta por um texto e por 2 exercícios (anexo 9).</div> <div>Será realizada a leitura do texto em grande grupo e também será pedido a alguns alunos que realizem a leitura individualmente.</div> <div>O texto será explorado com a colocação de algumas questões: “Quantos parágrafos tem o texto?”; “Quem é a autora do texto?”.</div> <div>As palavras sublinhadas no texto e palavras sinónimas às do texto estarão em cartões (anexo 10), os quais serão explorados para que os alunos, sob orientação da professora estagiária, estabeleçam as relações de sinonímia entre palavras.</div> <div>Estes cartões serão utilizados para o “Jogo da memória dos sinónimos”, o qual será jogado em grande grupo. Concluído o jogo e descobertos os sinónimos das palavras, os alunos copiam para o caderno a definição de sinónimo que a professora estagiária escreve no quadro: “Palavras sinónimas ou sinónimos são palavras que têm o mesmo significado. Por exemplo: bonito-belo; frio-gelado.”</div> <div>De modo a perceber se os alunos compreenderam o termo, a professora estagiária pede aos alunos que indiquem exemplos de sinónimos, e estes serão registados no quadro.</div> <div>Depois de darem exemplos de ‘palavras sinónimas’, os alunos resolvem os exercícios propostos a seguir ao texto explorado no início da aula (anexo 9). Caso não concluam a tarefa, os exercícios serão concluídos em casa.</div>	<div>- Sala de aula;</div> <div>- Texto e exercícios (anexo 9);</div> <div>- Jogo da Memória (anexo 10)</div>	<div>- Fala de forma clara e audível;</div> <div>- Identifica palavras desconhecidas;</div> <div>- Responde a questões acerca do que ouviu;</div> <div>- Sabe escutar;</div> <div>- Compreende o essencial do texto;</div> <div>- Espera pela sua vez de saber pedir a palavra;</div> <div>- Lê com clareza;</div> <div>- Elabora, por escrito, respostas a atividades;</div> <div>- Estabelece relações de sinonímia entre palavras.</div>

Mestrandas: Luísa Mariana Carmo e Vânia Esteves		
Dia da semana: 24 de outubro de 2012		
Rotina diária		
Q U A R T A - F E I R A	Horas	Atividades
	9:00 – 10:30	Língua Portuguesa <i>“Vocabulário: antónimos”</i>
	10:30 – 11:00	Intervalo
	11:00 – 12:00	Estudo do Meio <i>“Consolidação das aprendizagens realizadas no âmbito das experiências com o ar e apresentação de outras formas de comprovar a existência do ar”</i>
	12:00 – 13:30	Almoço
	13:30 – 15:30	Matemática <i>“Jogo do conhecimento matemático”</i>

Mestranda: Vânia Filipa Pereira Esteves			Centro Escolar	
Ano:2º ano de escolaridade data: 24 de Outubro de 2012 Área disciplinar: Língua Portuguesa Tempo: 09:00 – 10:30h				
Temas /Conteúdos /Blocos	Competências/Objectivos específicos	Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)	Materiais/re cursos/espacos físicos	Avaliação
<div>- Leitura em voz alta</div> <div>- Vocabulário (antónimos)</div>	<div>Leitura:</div> <div>- Ler em voz alta.</div> <div>Compreensão do oral:</div> <div>- Prestar atenção ao que ouve de modo a tornar possível apropriar-se de novos vocábulos e associar palavras ao seu significado;</div> <div>- Identificar palavras desconhecidas;</div> <div>- Responder a questões acerca do que ouviu.</div> <div>Expressão oral:</div> <div>- Articular corretamente palavras.</div> <div>Escrita:</div> <div>- Elaborar, por escrito, respostas a questionários e atividades.</div> <div>Conhecimento explícito da língua:</div> <div>- Estabelecer relações de antonímia entre palavras.</div>	<div>A professora estagiária inicia a sessão entregando a cada aluno uma ficha, a qual é composta por um texto e por 1 exercício (anexo 11).</div> <div>Será realizada a leitura do texto em grande grupo e também será pedido a alguns alunos que realizem a leitura individualmente.</div> <div>O texto será explorado com a colocação de algumas questões: “Quantos parágrafos tem o texto?”; “Quem é a autora do texto?”.</div> <div>Após a leitura do texto a professora estagiária pede aos alunos que recordem os conteúdos abordados na sessão anterior.</div> <div>A professora estagiária orienta o diálogo e apresenta o cartaz “Sinónimos e Antónimos”. Através do cartaz a professora estagiária explica aos alunos as relações de sinonímia e antonímia entre palavras e pede aos alunos para darem exemplos.</div> <div>Seguidamente, os alunos escrevem o nome e a data no caderno e copiam para o caderno a definição de antónimo que a professora estagiária escreve no quadro: “Antónimos ou palavras antónimas são palavras que têm significados opostos ou contrários. Por exemplo: gordo-magro; alto-baixo.”</div> <div>De modo a consolidar as aprendizagens a professora estagiária entrega aos alunos uma sopa de letras (anexo 12) na qual os alunos devem encontrar os antónimos das palavras apresentadas.</div>	<div>- Sala de aula;</div> <div>- Texto e exercício (anexo 11);</div> <div>- Sopa de letras de antónimos (anexo12).</div>	<div>- Fala de forma clara e audível;</div> <div>- Identifica palavras desconhecidas;</div> <div>- Responde a questões acerca do que ouviu;</div> <div>- Sabe escutar;</div> <div>- Compreende o essencial do texto;</div> <div>- Espera pela sua vez de saber pedir a palavra;</div> <div>- Lê com clareza;</div> <div>- Elabora, por escrito, respostas a atividades;</div> <div>- Estabelece relações de antonímia entre palavras.</div>

Mestranda: Vânia Filipa Pereira Esteves			Centro Escolar	
Ano:2º ano de escolaridade data: 24 de Outubro de 2012 Área disciplinar: Estudo do Meio Tempo: 11:00 – 12:00h				
Temas /Conteúdos /Blocos	Competências/Objectivos específicos	Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)	Materiais/r ecursos/esp aços físicos	Avaliação
- À descoberta dos materiais e dos objetos: Investigação	- Reconhecer a existência do ar	<p>Tendo em conta que, nas sessões anteriores, os alunos realizaram atividades práticas sobre a existência do ar na sala de aula (interior) e no recreio (exterior), nesta sessão serão recordadas as experiências realizadas.</p> <p>A professora estagiária estabelecerá um diálogo com os alunos de forma a perceber o que eles retiveram das atividades práticas realizadas.</p> <p>Após o diálogo a professora estagiária faz um registo, no quadro, sobre a existência do ar: “O ar existe apesar de nós não o podermos ver e/ou tocar, e é muito importante para a nossa respiração. “. Os alunos copiam-no para o seu caderno. Concluído o registo a professora estagiária questiona os alunos sobre a existência de outras experiências, diferentes das realizadas, que possam comprovar a existência do ar.</p> <p>À medida que os alunos vão transmitindo as suas ideias a professora estagiária regista-as no quadro e mantém um diálogo com o grande grupo.</p> <p>Como sugestão de experiência para comprovar a existência do ar a professora estagiária explica a experiência do balão.</p>	<p>- Sala de aula;</p> <p>- Balão.</p>	<p>- Compreende que o ar é invisível mas existe;</p> <p>- Compreende que os objetos apesar de vazios têm ar;</p> <p>- Percebe que o ar está presente em qualquer lugar/espço.</p>

Mestranda: Vânia Filipa Pereira Esteves			Centro Escolar	
Ano:2º ano de escolaridade data: 24 de Outubro de 2012 Área disciplinar: Matemática Tempo: 13:30 – 15:30h				
Temas /Conteúdos /Blocos	Competências/Objectivos específicos	Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)	Materiais/r ecursos/esp aços físicos	Avaliação
- Números naturais - Operações com números naturais (adição e subtração) - Capacidades transversais : raciocínio matemático	- Decompor números; - Compreender a adição nos sentidos combinar e acrescentar; - Compreender a subtração nos sentidos retirar, comparar e completar; - Utilizar estratégias de cálculo mental; - Identificar diferentes representações do mesmo número.	<p>Nesta sessão de matemática será realizado um jogo para testar os conhecimentos matemáticos dos alunos sobre os conteúdos abordados até ao momento.</p> <p>Para este jogo, a professora estagiária entrega a cada criança um cartão (anexo 13), que contém uma resposta e uma pergunta. O jogo será iniciado pelo jogador que possuir o cartão com apenas uma pergunta:” Quanto é uma dúzia?”. Os restantes jogadores devem estar atentos, pois quem possui o cartão com a resposta à pergunta realizada deve responder e lançar uma nova questão. Este ciclo repete-se até que todos os alunos participem dando uma resposta e lançando uma questão.</p> <p>A colocação de questões será sempre orientada pela professora estagiária de modo a manter os alunos atentos à tarefa.</p> <p>Concluído o jogo a professora estagiária estabelecerá um diálogo com os alunos para saber o que acharam do jogo, e se gostaram da proposta.</p>	- Sala de aula; - Jogo do Conhecimen to Matemático (anexo 13)	- Utiliza estratégias de cálculo mental; - Decompõe números; - Compreende a adição nos sentidos combinar e acrescentar; - Compreende a subtração nos sentidos retirar, comparar e completar; - Identifica diferentes representações do mesmo número.

Bibliografia consultada:

- Amorim, C.; Costa, V. (2011) *À descoberta da gramática – 1º ciclo do ensino básico*. Porto: Areal Editores.
- Casos de leitura 1º e 2º ano – exercícios sobre os casos especiais de leitura e escrita* (2012). Porto: Porto Editora.
- Landeiro, A. Gonçalves, H. (2011) *A Grande Aventura 2º ano Matemática*. Lisboa: Texto Editora.
- Melo, P.; Costa, M. ; (2011) *A Grande Aventura 2º ano Língua Portuguesa* Lisboa: Texto Editora.
- Organização Curricular e Programas Ensino Básico 1º ciclo (2004).
- Pires, P.; Landeiro, A.; Gonçalves, H. (2011) *A Grande Aventura 2º ano Estudo do Meio*. Lisboa: Texto Editora.
- Ministério da Educação. (ME). (2007). Programa de Matemática do Ensino Básico. Lisboa: ME-DGIDC.
- Ministério da Educação. (ME). (2009). Programa de Português do Ensino Básico. Lisboa: ME-DGIDC.

▪

ANEXO B

Planificação da semana de 19 a 21 de novembro de 2012

Mestrandas: Luísa Mariana Carmo e Vânia Esteves Dia da semana: 19 de novembro de 2012		
Rotina diária		
S E G U N D A - F E I R A	Horas	Atividades
	9:00 – 10:30	Língua Portuguesa <i>“Campo lexical”</i>
	10:30 – 11:00	Intervalo
	11:00 – 12:00	Expressão físico-motora <i>“Deslocamentos e equilíbrios”</i>
	12:00 – 13:30	Almoço
	13:30 – 14:30	Matemática <i>“Introdução dos numerais 140-150”</i>
	14:30 – 15:30	Estudo do Meio <i>“A vacinação”</i>

Mestranda: Vânia Filipa Pereira Esteves			Centro Escolar	
Ano: 2º ano de escolaridade Data: 19 de novembro de 2012 Área disciplinar: Língua Portuguesa Tempo: 09:00 – 10:30h				
Temas /Conteúdos /Blocos	Competências/Objectivos específicos	Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)	Materiais/re cursos/espacos físicos	Avaliação
Campo lexical	<p>Expressão oral:</p> <ul style="list-style-type: none">- Articular corretamente palavras;- Participar em atividades de expressão orientada respeitando regras e papéis específicos: ouvir os outros e esperar a sua vez. <p>Escrita:</p> <ul style="list-style-type: none">- Escrever com correção ortográfica, palavras e frases de acordo com um modelo. <p>Conhecimento explícito da língua:</p> <ul style="list-style-type: none">- Comparar dados e descobrir regularidades. <p>Expressão oral:</p> <ul style="list-style-type: none">- Usar vocabulário adequado ao tema e à situação;- Participar em atividades de expressão orientada respeitando regras e papéis específicos: ouvir os outros e esperar a sua vez.	<p>A aula inicia-se com a colocação de breves questões aos alunos relativamente ao seu fim-de-semana: “Alguém tem novidades do fim-de-semana?”; “Querem partilhar algo que fizeram no fim-de-semana com os vossos colegas?”. De seguida, é eleito o chefe de turma. <i>(duração aproximada de 5’)</i></p> <p>Posteriormente, a professora estagiária pede aos alunos para abrirem a gramática adotada pela turma – Vamos gramaticar 2º ano – na página 34 e 35 (anexo 1). Os exercícios propostos serão realizados individualmente pelos alunos e a sua correção será realizada em grande grupo. Aquando da realização das atividades a professora estagiária circulará pela sala de modo a monitorizar o trabalho dos alunos e a esclarecer qualquer dúvida que possa surgir.<i>(duração aproximada de 30’)</i></p> <p>Através da realização destes exercícios pretende-se levar os alunos à definição de campo lexical. A pista para a definição é lançada na gramática, que refere que as palavras que os alunos escreveram pertencem ao mesmo campo lexical. O conteúdo será explorado através da colocação de questões, como por exemplo, “O que será isto de campo lexical?”, para que os alunos formulem hipóteses. . <i>(duração aproximada de 10’)</i></p> <p>Depois de estabelecer um diálogo com o grande grupo, a professora estagiária apresenta à turma um cartaz com a definição de campo lexical – Conjunto de palavras relacionadas com um dado tema ou contexto. Por exemplo, casa: quarto, sala, televisão, sofá – fazendo também alusão à definição apresentada na página 37 da gramática (anexo 2). Após a apresentação do cartaz, a professora estagiária solicitará aos alunos que apresentem outros exemplos de campos lexicais, os quais serão registados no quadro. . <i>(duração aproximada de 15’)</i></p>	<ul style="list-style-type: none">- Sala de aula;- Vamos gramaticar 2º ano- Cartaz “campo lexical”- Ficha de trabalho: caso de leitura	<ul style="list-style-type: none">- Fala de forma clara e audível;- Sabe escutar;- Escreve frases respeitando as regras básicas de ortografia e pontuação;- Lê em voz alta;- Presta atenção ao que ouve;- Articula corretamente as palavras;- Manipula e compara dados para descobrir regularidades no funcionamento da língua;

	<p>equilíbrio.</p> <p>- Utilizar o próprio corpo em habilidades gerais e variadas de deslocamento com equilíbrio.</p> <p>- Retornar à calma; - Manter o controlo de postura.</p>	<p>para trás. Variante: andar em cima do banco sueco com as mãos em elevação.</p> <p><u>Estação B:</u> Os alunos devem realizar um percurso, previamente preparado pela professora estagiária. Este deve ser realizado em corrida e os alunos devem colocar 1 pé dentro de cada arco, em ziguezague.</p> <p><u>Estação C:</u> Os alunos devem realizar um percurso, previamente preparado pela professora estagiária. Durante a realização do percurso os alunos devem saltar a pés juntos dentro do arco, ou seja, devem deslocar-se de arco em arco saltando a pés juntos.</p> <p>Ao sinal da professora estagiária, duas palmas, os alunos mudam de estação. (duração aproximada de 30')</p> <p>Parte final: “O barro” Os alunos encontram-se a pares. Para a realização do relaxamento um dos alunos é o barro e o outro, o escultor. O aluno que é o barro deve deixar o corpo mole para que o escultor possa realizar a obra. Os alunos devem realizar figuras pedidas pela professora estagiária, tentando utilizar diferentes partes do corpo.</p> <p>(duração aproximada de 10')</p>	- Arcos	<p>- Mantém o equilíbrio.</p> <p>- Transpõe obstáculos sucessivos em corrida, colocando um pé dentro de cada arco.</p> <p>- Transpõe obstáculos sucessivos saltando a pés juntos.</p> <p>- Retorna à calma; - Mantém o controlo de postura.</p>
--	--	---	---------	---

Mestranda: Vânia Filipa Pereira Esteves			Centro Escolar	
Ano: 2º ano de escolaridade Data: 19 de Novembro de 2012 Área disciplinar: Matemática Tempo: 13:30 – 14:30h				
Temas /Conteúdos /Blocos	Competências/Objectivos específicos	Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)	Materiais/recursos/espacos físicos	Avaliação
<p>Números naturais:</p> <p>- Noção de número natural;</p> <p>- Relações numéricas;</p> <p>- Sistema de numeração decimal.</p>	<p>- Realizar contagens progressivas, representando os números envolvidos;</p> <p>- Representar números do 140 ao 150;</p> <p>- Identificar diferentes representações do mesmo número;</p>	<p>A sessão de matemática será iniciada com a introdução dos números do 140 ao 150. Para tal, a professora estagiária realizará com os alunos a contagem 1 a 1 dos números desde o 140 até ao 150 e posteriormente, de 5 em 5 e de 10 em 10. Seguidamente, os alunos, no caderno realizarão a decomposição dos números (140 até 150) por ordens, seguindo o exemplo que a professora estagiária coloca no quadro: 140= 100 + 40 + 0 = 1 Centena, 4 dezenas e 0 unidades. <i>(duração aproximada de 15')</i></p> <p>Após os alunos concluírem a decomposição dos números a professora estagiária, com recurso ao calculador multibásico presente no CD-ROM “A Grande Aventura 2º ano”, representará números e solicitará a sua leitura aos alunos. Estes devem realizá-la de diferentes formas, por exemplo, 125=125unidades; 1 centena; 2 dezenas e 5 unidades; 1 cento e 1 quarteirão. Números a representar: 1,5,10,12,23,50,54,65,86,99,100,101,103,107,124,130,135,140, 142, 145, 147, 150. <i>(duração aproximada de 10')</i></p>	<p>- Sala de aula;</p> <p>- CD-ROM;</p> <p>- Data-show;</p> <p>- Computador.</p>	<p>- Decompõe os números;</p> <p>- Identifica e indica diferentes formas de representar o mesmo número;</p> <p>- Lê números através da representação no MMB;</p>
	<p>- Resolver problemas envolvendo relações numéricas</p>	<p>Posteriormente, a professora estagiária apresentará aos alunos adivinhas sobre números (anexo 5). Os alunos, individualmente, devem encontrar o número referente a cada adivinha. As adivinhas serão apresentadas uma a uma, e a sua correção será realizada quando todos os alunos concluírem a resolução, para que depois se passe à adivinha seguinte. <i>(Duração aproximada de 25')</i></p> <p>Posteriormente será entregue aos alunos uma ficha de trabalho, alusiva à tabuada da multiplicação do 2, que será para trabalho de casa (anexo 6)</p>	<p>- Resolve problemas envolvendo relações numéricas;</p> <p>- Utiliza o cálculo mental.</p>	<p>- Ficha de trabalho de casa</p>

Mestranda: Vânia Filipa Pereira Esteves				Centro Escolar	
Ano: 2º ano de escolaridade Data: 19 de Novembro 2012 Área disciplinar: Estudo do Meio Tempo: 14:30 – 15:30h					
Temas /Conteúdos /Blocos	Competências/Objectivos específicos	Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)	Materiais/r ecursos/esp aços físicos	Avaliação	
<p>À descoberta de si mesmo:</p> <p>- A saúde do meu corpo</p> <p>- Cuidados com o meu corpo</p>	<p>- Reconhecer a importância da vacinação para a saúde</p>	<p>Como momento de motivação, a professora estagiária propõe aos alunos a visualização de um filme sobre a importância da vacinação: “A Vacinação – Era uma vez o corpo humano” (webgrafia 1). Após a visualização, a professora estagiária coloca algumas questões aos alunos de modo a avaliar a sua compreensão do filme:” Como se chamavam os dois meninos da história?; O que lhes aconteceu quando estavam a plantar?; O que é que entrou para dentro do corpo de cada menino?; O que iam essas bactérias fazer?; Qual o objetivo das bactérias ao entrarem no corpo?; Qual foi a solução que os “polícias” do corpo do Pedro encontraram para eliminarem essas bactérias?; E o que aconteceu ao corpo do Gordinho?”. A professora estagiária estabelecerá um diálogo com os alunos e explorará a importância da vacinação. (duração aproximada de 35’)</p> <p>De seguida, a professora estagiária explora o boletim de saúde com os alunos, pedindo-lhes para tal, que abram o manual de Estudo do Meio na página 45 (anexo 7A). O exercício 1.3 referente á data da próxima vacina será preenchido em casa, com auxílio dos pais e através da consulta do boletim individual de saúde. (duração aproximada de 15’)</p> <p>Para concluir a sessão a professora estagiária entregará a cada aluno um folheto sobre a importância da vacinação. (anexo 7 B).</p>	<p>- Sala de aula;</p> <p>-Computador;</p> <p>- Data-show;</p> <p>- Manual de Estudo do Meio;</p> <p>- Folheto informativo – importância da vacinação.</p>	<p>- Realiza as atividades propostas adequadamente;</p> <p>- Realiza escuta ativa;</p> <p>- Compreende a importância da vacinação para a saúde.</p>	

Mestrandas: Luísa Mariana Carmo e Vânia Esteves		
Dia da semana: 20 de novembro de 2012		
Rotina diária		
T E R Ç A - F E I R A	Horas	Atividades
	9:00 – 10:30	Matemática <i>“Tabuada do 2 – resolução de exercícios”</i> <i>“Resolução de problemas”</i>
	10:30 – 11:00	Intervalo
	11:00 – 12:00	Estudo do Meio <i>“Revisão dos conteúdos abordados”</i> <i>“Higiene dos espaços coletivos”</i>
	12:00 – 13:30	Almoço
	13:30 – 15:30	Língua Portuguesa <i>“Família de palavras”</i>

Mestranda: Vânia Filipa Pereira Esteves			Centro Escolar	
Ano: 2º ano de escolaridade Data: 20 de novembro de 2012 Área disciplinar: Matemática Tempo: 09:00h – 10:30h				
Temas /Conteúdos /Blocos	Competências/Objectivos específicos	Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)	Materiais/recursos/espços físicos	Avaliação
Operações com números naturais Multiplicação Subtração Adição	<ul style="list-style-type: none">- Compreender a multiplicação no sentido aditivo;- Estimar produtos;- Multiplicar utilizando estratégias de cálculo mental;- Associar e recorrer à representação icónica;- Compreender e memorizar a tabuada do 2;- Multiplicar utilizando estratégias de cálculo mental.	<p>A aula será iniciada com a correção do trabalho de casa. <i>(duração aproximada de 15’)</i></p> <p>Após a correção do trabalho de casa, a professora estagiária entrega aos alunos uma ficha de trabalho (anexo 8). A leitura das propostas será realizada em grande grupo. Os alunos devem realizar as tarefas individualmente. A correção será realizada em grande grupo e à medida que os alunos concluem cada exercício. <i>(duração aproximada de 30’)</i></p>	<ul style="list-style-type: none">- Sala de aula;- Ficha de trabalho;	<ul style="list-style-type: none">- Constrói operações da multiplicação;- Recorre ao cálculo mental para a resolução das tarefas da multiplicação;- Justifica os raciocínios que elabora e as conclusões a que chega:<ul style="list-style-type: none">- Memoriza gradualmente a tabuada do 2, através das tarefas propostas;
	<ul style="list-style-type: none">- Compreender a subtração no sentido completar;- Compreender a adição no sentido combinar; <p>Resolução de problemas:</p> <p>Compreensão do problema;</p> <p>Conceção, aplicação e justificação de estratégias.</p>	<ul style="list-style-type: none">- Identificar o objetivo e a informação relevante para a resolução de um dado problema;- Conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas.	<p>Concluída a ficha de trabalho serão resolvidas, em grande grupo, as situações problemáticas presentes na página 36 do manual “A Grande Aventura” (anexo 9). <i>(duração aproximada de 15’)</i></p> <p>Caso ainda haja tempo disponível, serão também realizadas as tarefas propostas na página 37 do manual (anexo 9).Caso contrário, estas atividades serão motivo de trabalho de casa.</p>	<ul style="list-style-type: none">- Manual de matemática.

Mestranda: Vânia Filipa Pereira Esteves				
Ano: 2º ano de escolaridade Data: 20 de Novembro 2012 Área disciplinar: Estudo do Meio Tempo: 11:00 – 12:00h			Centro Escolar	
Temas /Conteúdos /Blocos	Competências/Objectivos específicos	Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)	Materiais/recursos/espacos físicos	Avaliação
<p>À descoberta de si mesmo:</p> <p>- A saúde do meu corpo</p> <p>- Cuidados com o meu corpo</p>	<p>- Conhecer e aplicar regras relação a:</p> <p>- Higiene de vestuário;</p> <p>- Higiene dos espaços de uso coletivo.</p>	<p>A professora estagiária afixa no quadro duas imagens, uma de um quarto arrumado e outra de um quarto desarrumado. Em seguida, entrega uma cópia dessas imagens a cada aluno, pedindo que as observem e que façam por escrito no caderno diário a sua descrição, identificando aquela que se assemelha ao seu quarto, justificando porquê. Posteriormente, cada aluno fará a leitura para a turma daquilo que escreveu. Será dialogado em grande grupo, quais os hábitos que cada um tem em casa, bem como respetivas indicações daquilo que deve ser feito diariamente. <i>(duração aproximada de 35')</i></p> <p>Posteriormente, os alunos realizam os exercícios 1 e 2 propostos na página 44 do manual de Estudo do Meio (anexo 10). No final é realizada a correção em grande grupo, e é estabelecido um diálogo para que os alunos comecem a interiorizar alguns hábitos de higiene dos espaços. <i>(duração aproximada de 25')</i></p> <p>Antes de concluir a sessão a professora estagiária indica que a página 16 do livro de fichas de Estudo do Meio (anexo 11) e a página 8 do livro de fichas de avaliação (anexo 12) serão o trabalho de casa.</p>	<p>- Sala de aula;</p> <p>- Imagens;</p> <p>- Manual de Estudo do Meio.</p> <p>- Livro de fichas e caderno de fichas de avaliação de Estudo do Meio.</p>	<p>- Compreende a importância da aplicação das regras de higiene de vestuário;</p> <p>- Compreende a importância da aplicação das regras de higiene dos espaços de uso coletivo;</p> <p>- Aplica regras de higiene dos espaços de uso coletivo.</p>

Mestranda: Vânia Filipa Pereira Esteves			Centro Escolar	
Ano: 2º ano de escolaridade Data: 20 de novembro de 2012 Área disciplinar: Língua Portuguesa Tempo: 13:30 – 15:30h				
Temas /Conteúdos /Blocos	Competências/Objectivos específicos	Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)	Materiais/re cursos/espacos físicos	Avaliação
Família de palavras	<p>Expressão oral:</p> <ul style="list-style-type: none">- Articular corretamente palavras;- Participar em atividades de expressão orientada respeitando regras e papéis específicos: ouvir os outros e esperar a sua vez. <p>Leitura:</p> <ul style="list-style-type: none">- Antecipar conteúdos;- Ler com progressiva autonomia;- Ler pequenos textos de acordo com orientações previamente estabelecidas. <p>- Expressão oral:</p> <ul style="list-style-type: none">- Articular corretamente palavras;- Participar em atividades de expressão orientada respeitando regras e papéis específicos: ouvir os outros e esperar a sua vez.- Respeitar as regras de entoação e ritmos adequados. <p>Compreensão do oral:</p> <ul style="list-style-type: none">- Prestar atenção ao que ouve de modo a tornar possível: reter o essencial de um pequeno texto. <p>Escrita:</p> <ul style="list-style-type: none">- Escrever com correção ortográfica, palavras e frases de acordo com um modelo;	<p>A professora estagiária entregará a cada aluno o texto “Sou uma árvore”, de João Paulo Cotrim (anexo 13). Antes da leitura do texto será realizada uma atividade de pré-leitura, na qual os alunos devem levantar hipóteses através do título e da ilustração, de modo a antecipar o conteúdo da história. A professora estagiária colocará algumas questões como: “<i>Sou uma árvore?; Quem será esta árvore? Onde viverá?</i>”.Após esta atividade, será realizada a leitura do texto, primeiro em silêncio pelos alunos e posteriormente pela professora estagiária. Após a leitura será pedido aos alunos que indiquem quais as palavras que não conhecem. <i>(duração aproximada de 15’)</i></p> <p>A professora estagiária solicitará a leitura, em voz alta, do texto por alguns alunos e relembrará à turma que a leitura deve ser realizada com entoação, expressividade.</p> <p>Concluída a leitura será realizada uma exploração do texto, durante a qual a professora estagiária colocará algumas questões: <u>Questões de interpretação literal:</u> “<i>De que fala o texto?; Quem é a personagem principal do texto?; Onde vive a árvore?; De que cor se veste na primavera?; Que chapéu é que ela usa no verão para inventar sombras?; Como é que a árvore fica para apanhar melhor a água da chuva?</i>” <u>Questões de leitura crítica:</u> “<i>O que é que faz as árvores mudar de “roupa” tantas vezes?</i>” <u>Questões de apreciação cognitiva, emocional, estética:</u> “<i>Gostaram da história? Porquê?;Têm muitas árvores em vossa casa?; Sabem dizer os seus nomes? “</i> <i>(duração aproximada de 15’)</i></p> <p>De seguida, serão realizadas, em grande grupo, as atividades relacionadas com o texto. <i>(duração aproximada de 10’)</i></p>	<ul style="list-style-type: none">- Sala de aula;- Texto: Sou uma árvore	<ul style="list-style-type: none">- Fala de forma clara e audível;- Sabe escutar;- Escreve frases/textos respeitando as regras básicas de ortografia e pontuação;- Lê em voz alta;- Presta atenção ao que ouve;- Articula corretamente as palavras.

	<p>Compreensão do oral:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Prestar atenção ao que ouve de modo a tornar possível: reter o essencial de um pequeno texto. <p>Conhecimento explícito da língua:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Comparar dados e descobrir regularidades. <p>Expressão oral:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Usar vocabulário adequado ao tema e à situação; - Participar em atividades de expressão orientada respeitando regras e papéis específicos: ouvir os outros e esperar a sua vez. <p>Escrita:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Escrever com correção ortográfica, palavras e frases. <p>Compreensão do oral:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Identificar aspetos de diferenciação e 	<p>Após a exploração do texto, a professora estagiária pede aos alunos que abram a gramática adotada na turma – Vamos Gramaticar 2º ano – na página 38 (anexo 14).</p> <p>Os exercícios propostos serão realizados individualmente pelos alunos e a sua correção será realizada em grande grupo. Aquando da realização das atividades a professora estagiária circulará pela sala de modo a monitorizar o trabalho dos alunos e a esclarecer qualquer dúvida que possa surgir.<i>(duração aproximada de 15')</i></p> <p>Através da realização destes exercícios pretende-se levar os alunos à definição de família de palavras. A pista para a definição é lançada na gramática, que refere que as palavras que pertencem à mesma família se formam a partir da mesma base. O conteúdo será explorado através da colocação de questões, como por exemplo, “O que será uma família de palavras?”, para que os alunos formulem hipóteses. . <i>(duração aproximada de 10')</i></p> <p>Depois de estabelecer um diálogo com o grande grupo, a professora estagiária apresenta à turma um cartaz com a definição de família de palavras – Conjunto de palavras que se formam a partir de uma palavra base (palavra primitiva), exemplo: sapato → sapateiro, sapatilha, sapateado.– fazendo também alusão à definição apresentada na página 39 da gramática (anexo 15). Após a apresentação do cartaz, a professora estagiária solicitará aos alunos a resolução dos exercícios presentes na página 39 da gramática (anexo 15). Esta será realizada em grande grupo.<i>(duração aproximada de 10')</i></p> <p>De modo a recolher e analisar dados para construção das tarefas a implementar, no âmbito do relatório final da mestrandia Luísa Mariana Fernandes do Carmo, será realizado um ditado de um excerto do texto trabalhado durante a sessão.</p>	<p>- Vamos gramaticar 2º ano;</p> <p>- Cartaz;</p>	<p>- Manipula e compara dados para descobrir regularidades no funcionamento da língua</p> <p>- Escreve com correção ortográfica.</p>
--	--	---	--	--

	variação linguística.	Antes de terminar a sessão, a professora estagiária indicará aos alunos que o trabalho de casa será resolver os exercícios propostos nas páginas 40 e 41 da gramática (anexo 16).	- Vamos gramaticar 2º ano.	
--	-----------------------	---	----------------------------	--


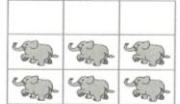
Mestrandas: Luísa Mariana Carmo e Vânia Esteves		
Dia da semana: 21 de novembro de 2012		
Rotina diária		
Q U A R T A - F E I R A	Horas	Atividades
	9:00 – 10:30	Língua Portuguesa <i>“O que eu sei sobre o mar...”</i>
	10:30 – 11:00	Intervalo
	11:00 – 12:00	Estudo do Meio <i>“Revisão sobre os conteúdos abordados”</i>
	12:00 – 13:30	Almoço
	13:30 – 15:30	Matemática <i>“Introdução dos numerais do 150 – 160”</i>

Mestranda: Vânia Filipa Pereira Esteves			Centro Escolar	
Ano:2º ano de escolaridade Data: 21 de novembro de 2012 Área disciplinar: Língua Portuguesa Tempo: 09:00 – 10:30h				
Temas /Conteúdos /Blocos	Competências/Objectivos específicos	Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)	Materiais/re cursos/espacos físicos	Avaliação
Texto narrativo	<p>Expressão oral:</p> <ul style="list-style-type: none">- Articular corretamente palavras;- Participar em atividades de expressão orientada respeitando regras e papéis específicos: ouvir os outros e esperar a sua vez;- Respeitar as regras de entoação e ritmos adequados. <p>Leitura:</p> <ul style="list-style-type: none">- Antecipar conteúdos;- Ler com progressiva autonomia;- Ler pequenos textos de acordo com orientações previamente estabelecidas.	<p>A professora estagiária entregará a cada aluno o texto “O que eu sei sobre o mar...”, de Alice Vieira (anexo 117). Antes da leitura do texto será realizada uma atividade de pré-leitura, na qual os alunos devem levantar hipóteses através do título e da ilustração, de modo a antecipar o conteúdo da história. A professora estagiária colocará algumas questões como: “<i>O que eu sei sobre o mar?; quem será que está a falar? O que é que vocês sabem sobre o mar?</i>”. Após esta atividade, será realizada a leitura do texto, primeiro em silêncio pelos alunos e posteriormente pela professora estagiária. Após a leitura será pedido aos alunos que indiquem quais as palavras que não conhecem. (<i>duração aproximada de 15’</i>)</p> <p>A professora estagiária solicitará a leitura, em voz alta, do texto por alguns alunos e lembrará à turma que a leitura deve ser realizada com entoação, expressividade.</p>	<ul style="list-style-type: none">- Sala de aula;- Texto “O que eu sei sobre o mar”;	<ul style="list-style-type: none">- Fala de forma clara e audível;- Sabe escutar;- Escreve frases/textos respeitando as regras básicas de ortografia e pontuação;- Lê em voz alta;- Presta atenção ao que ouve;
Campo	<p>- Expressão oral:</p> <ul style="list-style-type: none">- Articular corretamente palavras;- Participar em atividades de expressão orientada respeitando regras e papéis específicos: ouvir os outros e esperar a sua vez.- Respeitar as regras de entoação e ritmos adequados. <p>Compreensão do oral:</p> <ul style="list-style-type: none">- Prestar atenção ao que ouve de modo a tornar possível: reter o essencial de um pequeno texto. <p>Escrita:</p> <ul style="list-style-type: none">- Escrever com correção ortográfica,	<p>Concluída a leitura será realizada uma exploração do texto, durante a qual a professora estagiária colocará algumas questões:</p> <p><u>Questões de interpretação literal:</u> “<i>De que fala o texto?; Quem é a personagem principal do texto?; O que é que a menina sabia sobre o mar?; Porque é que ela gostava de ser mar?; Como é que são as praias de Portugal?</i>”</p> <p><u>Questões de apreciação cognitiva, emocional, estética:</u> “<i>Gostaram da história? Porquê?; Sabiam estas curiosidades sobre o mar? “ (duração aproximada de 15’)</i></p> <p>Após a exploração do texto, a professora estagiária pede aos alunos que abram o caderno diário e que, após escreverem o nome e a data façam, individualmente, o</p>	<ul style="list-style-type: none">- Guião de leitura.	<ul style="list-style-type: none">- Articula corretamente as palavras;- Identifica e seleciona textos instrucionais;- Escreve um pequeno texto instrucional.

lexical	palavras de acordo com um modelo.	campo lexical e a família de palavras da palavra MAR. Assim que todos os alunos concluírem a atividade, será estabelecido um diálogo, orientado pela professora estagiária, através do qual os alunos apresentarão aos colegas o seu trabalho.		
Família de palavras	Conhecimento explícito da Língua: -Manipular e comparar dados para descobrir regularidades no funcionamento da língua.	Antes de concluir a sessão a professora estagiária explorará, oralmente, com os alunos, o guião de leitura do texto (anexo 18) que será para trabalho de casa.		

Mestranda: Vânia Filipa Pereira Esteves				Centro Escolar	
Ano: 2º ano de escolaridade Data: 21 de Novembro de 2012 Área disciplinar: Estudo do Meio Tempo: 11:00 – 12:00h					
Temas /Conteúdos /Blocos	Competências/Objectivos específicos	Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)		Materiais/r recursos/esp aços físicos	Avaliação
<p>À descoberta de si mesmo:</p> <p>- A saúde do meu corpo</p> <p>- Cuidados com o meu corpo</p>	<p>- Conhecer e aplicar normas de higiene do corpo (hábitos de higiene oral); higiene alimentar e do uso de espaços coletivos;</p> <p>- Reconhecer todos os sectores que constituem a roda dos alimentos;</p> <p>-Dialogar sobre hábitos alimentares e atitudes positivas a ter em conta no dia-a-dia.</p>	<p>Nesta sessão a professora estagiária realizará uma revisão dos conteúdos que têm vindo a ser abordados ao longo das sessões. (alimentação, higiene alimentar; higiene oral; higiene do corpo e uso de espaços coletivos)</p> <p>De modo a reforçar a importância da higiene oral será realizada, em grande grupo, uma atividade prática. Esta atividade terá como suporte uma maquete do maxilar inferior. Os alunos utilizando uma escova de dentes, devem demonstrar como escovam os seus dentes. À medida que os alunos demonstram, a professora estagiária explica e demonstra como se deve escovar os dentes: primeiro lavam-se os dentes por fora; depois por dentro; seguem-se as partes que mastigam, e por fim a língua. A escovagem deve ser realizada com movimentos circulares. Aquando da explicação, a professora estagiária alertará os alunos para os cuidados que devem ter com os dentes e explorará os tipos de dente e suas funções, com recurso à maquete.</p> <p>Essa revisão terá por base um diálogo com os alunos e a realização atividades propostas no manual de Estudo do Meio páginas 48 e 49 (anexo 19).</p> <p>À medida que as atividades são realizadas serão corrigidas em grande grupo.</p>		<p>- Sala de aula;</p> <p>- Maquete do maxilar inferior</p> <p>- Manual de Estudo do Meio.</p>	<p>- Compreende a importância da aplicação das regras de higiene de vestuário;</p> <p>- Compreende a importância da aplicação das regras de higiene dos espaços de uso coletivo;</p> <p>- Reconhece todos os setores da roda dos alimentos.</p>

Mestranda: Vânia Filipa Pereira Esteves			Centro Escolar	
Ano: 2º ano de escolaridade Data: 21 de novembro de 2012 Área disciplinar: Matemática Tempo: 13:30 – 15:30h				
Temas /Conteúdos /Blocos	Competências/Objectivos específicos	Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)	Materiais/r ecursos/esp aços físicos	Avaliação
Operações com números naturais Multiplicação Subtração Adição 				

		<p>1. Na hora do conto, o 2.º A esteve a ler um livro do Elmer, o elefante às cores. No final, cada grupo pintou uma tira como a da imagem. Pinta-a tu também.</p>  <p>1.1 Os alunos estavam organizados em 5 grupos. Quantos elefantes foram pintados? Explica como pensaste.</p> <div style="border: 1px solid black; height: 40px; width: 350px; margin: 10px 0;"></div> <p>1.2 Alguns dos elefantes foram recortados e colados nos vidros das janelas, em igual quantidade e na mesma disposição. Observa uma janela da sala.</p> <p>1.2.1 Quantos elefantes há em cada janela? <input style="width: 30px;" type="text"/></p>  <p>1.2.2 A sala tem 6 janelas. Quantos elefantes há nos vidros desta sala?</p> <div style="border: 1px solid black; height: 40px; width: 350px; margin: 10px 0;"></div> <p>1.3 Cada uma das 3 turmas do 2.º ano pintou 30 elefantes. Qual foi o total de elefantes pintados?</p> <div style="border: 1px solid black; height: 40px; width: 350px; margin: 10px 0;"></div> <p>Caso ainda haja tempo disponível, serão realizadas as tarefas propostas na página 57 do manual de Matemática (anexo 21), caso contrário serão motivo de trabalho de casa.</p>		
--	--	--	--	--

Bibliografia consultada:

- *Casos de leitura 1º e 2º ano – exercícios sobre os casos especiais de leitura e escrita* (2012). Porto: Porto Editora.
- Landeiro, A. Gonçalves, H. (2011) *A Grande Aventura 2º ano Matemática*. Lisboa: Texto Editora.
- Melo, P; Costa, M. ; (2011) *A Grande Aventura 2º ano Língua Portuguesa* Lisboa: Texto Editora.
- Organização Curricular e Programas Ensino Básico 1º ciclo (2004).
- Pires, P.; Landeiro, A.; Gonçalves, H. (2011) *A Grande Aventura 2º ano Estudo do Meio*. Lisboa: Texto Editora.
- Ministério da Educação. (2007).Programa de Matemática do Ensino Básico. ME- DGIDC.
- Ministério da Educação. (2009). Programa de Português do Ensino Básico.ME - DGIDC.

Webgrafia:

- <http://www.youtube.com/watch?v=CDoDgYH0G-8> → Era uma vez o corpo humano... a vacina.

ANEXO C
Pedido de autorização aos encarregados de educação

Exmo Sr. ou Sra.

Encarregado (a) de Educação

No âmbito do curso de Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico pretendo realizar um estudo na área curricular de Matemática, em particular na justificação de resultados na resolução de problemas, com o grupo de alunos em que o seu educando se insere.

Serão propostas algumas tarefas de resolução de problemas para analisar o modo como as crianças justificam os seus resultados e explicitam o seu raciocínio. Estas tarefas contribuirão para o desenvolvimento de capacidades matemáticas como a capacidade de resolver problemas, comunicar e raciocinar.

Desta forma, será fundamental para o meu estudo proceder à recolha de dados através de registos fotográficos, de vídeo, áudio e de documentos com as tarefas realizadas pelos alunos, pelo que venho por este meio, solicitar a sua autorização para estas recolhas. Os dados recolhidos são confidenciais e apenas serão utilizados para o desenvolvimento deste trabalho de investigação.

Estou disponível para qualquer esclarecimento adicional, respondendo a questões e dúvidas que possam surgir relativamente a esta situação.

Grata pela atenção,

Viana do Castelo, 21 de novembro de 2012

A mestrandia,

(Vânia Esteves)

Eu _____ Encarregado (a) de Educação do
(a) _____ declaro que autorizo
o registo fotográfico, a gravação áudio e vídeo e a participação do meu educando nas
tarefas propostas.

Assinatura)

ANEXO D
Suporte digital